

全柔性杆空间机械臂动力学与运动 L_2 增益抗扰鲁棒反演控制

张丽娇 陈 力

福州大学机械工程及自动化学院,福州,350116

摘要: 讨论了全柔性杆空间机械臂系统动力学、运动 L_2 增益抗扰鲁棒反演控制。结合拉格朗日方法、动量守恒关系和假设模态法对系统进行动力学分析,获得了系统的动力学方程。基于系统双时标模型,采用奇异摄动法,将系统降阶分解为两个子系统:描述关节刚性运动的慢变子系统,描述柔性杆振动的快变子系统。为慢变子系统设计了对外部有界干扰具有抑制作用的鲁棒反演控制器,使外部有界干扰对系统性能输出的 L_2 增益小于给定值;基于线性系统最优控制理论实现了快变子系统的控制,以抑制由臂杆柔性引起的振动。数值仿真说明了所设计混合控制器的可行性和有效性。

关键词: 空间机械臂;全柔性杆; L_2 增益;鲁棒反演控制;主动抑制

中图分类号: TP241

DOI: 10.3969/j.issn.1004-132X.2017.08.013

Dynamics Model and Anti-disturbance L_2 Gain Robust Backstepping Control for Space Manipulators with Fully Flexible Links

ZHANG Lijiao CHEN Li

School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou, 350116

Abstract: Dynamics model and anti-disturbance L_2 gain robust backstepping control for space manipulators with fully flexible links were discussed. A dynamic model of the system was successively derived by combining with Lagrange equations, the system linear momentum and assumed mode method. Based on singular perturbation method, the system was decomposed into a slow subsystem which was described joint rigid trajectory tracking, and a fast subsystem which was described the vibrations of flexible links. A robust backstepping controller which made the external bounded disturbances had the performance of the L_2 gain of the output system is less than the given value. And the controller also might suppress external bounded interferences. Vibrations of the flexible links were suppressed by optimal control theory of linear systems for the fast subsystem. Numerical simulations show the feasibility and effectiveness of the hybrid control.

Key words: space manipulator; fully flexible link; L_2 gain; robust backstepping control; active vibration suppression

0 引言

空间机械臂是空间站重要的操作工具,柔性

空间机械臂是其发展的必然趋势^[1-2]。未来关于空间机械臂柔性杆的研究不仅要探索其运动学及动力学模拟^[3-4],而且还要保证空间机械臂在受外部扰动情况下,仍能有效完成各种空间操作任务。全柔性杆空间机械臂是一个具有强耦合、时变等特点的复杂动力学系统,运动时会因弹性变形产

收稿日期: 2016-06-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11372073,11072061);福建省工业机器人基础部件技术重大研发平台(2014H21010011)

[15] 赵扬,姜佳昕,陈冬阳,等.气辅式多射流纳米颗粒高效静电雾化喷射[J].光学精密工程,2015,23(4):1062-1069.

ZHAO Yang, JIANG Jiaxin, CHEN Dongyang, et al. High Efficiency Multi-jet Electro spraying of Nano Particles with Assisted Gas[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(4):1062-1069.

(编辑 张 洋)

作者简介: 刘海燕,女,1988年生。集美轻工业学校先进制造产业系助理讲师。主要研究方向为微纳制造与精密加工。发表论文2篇。潘引波,男,1984年生。集美轻工业学校先进制造产业系助理讲师。姜佳昕,女,1992年生。厦门大学航空航天学院硕士研究生。张 恺,男,1993年生。厦门大学航空航天学院硕士研究生。郑高峰(通信作者),男,1984年生。厦门大学航空航天学院副教授。E-mail: zheng_gf@xmu.edu.cn。柳 娟,女,1978年生。厦门大学航空航天学院副教授。

生振动^[5],其系统动力学模型与相应的控制方法相较于地面机器人系统更为复杂。因此,如何获得全柔性杆空间机械臂系统的动力学模型,以及如何抑制系统振动是空间机器人研究领域的核心内容^[6-9]。

相较于空间机械臂,人们对地面机械臂中柔性杆机械臂的研究居多^[10-11]。另外,空间机械臂在柔性杆方面的控制研究主要集中在刚-柔耦合的系统动力学建模和相应的控制器,即空间机械臂只具有一个柔性杆。文献^[12]针对刚柔混合空间机械臂设计了自适应模糊 H_∞ 控制器,用模糊逻辑系统去逼近系统的不确定项,最终能实现关节运动轨迹跟踪,并抑制单柔性杆引起的振动。全柔性杆的空间机械臂中,柔性杆之间的柔性振动会相互激发,系统的控制器设计及其参数调节远比只具有单柔性杆的空间机械臂系统难度大得多^[13-14]。

本文首先利用假设模态法,将动量守恒关系和拉格朗日方程相结合,建立了全柔性杆空间机械臂的动力学模型,来实现全柔性杆空间机械臂关节运动轨迹跟踪控制,并解决由柔性杆引起的系统振动问题。接着,基于全柔性杆空间机械臂的双时标模型,采用奇异摄动法将系统降阶分解为快慢变两个低阶子系统,对慢变子系统设计了一种鲁棒反演控制器,对快变子系统采用最优控制方法抑制柔性臂杆的柔性振动。最后,通过对平面运动的两柔性杆空间机械臂的数值模拟,验证了所提出的控制方案有效性。

1 全柔性杆空间机械臂系统的动力学模拟

做平面运动的自由漂浮基全柔性杆的空间机械臂系统的几何模型如图 1 所示。以空间任意点 O 为原点,建立平动的惯性坐标系 OXY ,其中, B_0 为系统的载体基座, $B_i (i=1,2,\dots,n)$ 为系统第 i 个柔性臂(视为 Euler-Bernoulli 悬臂梁且仅产生横向振动)。

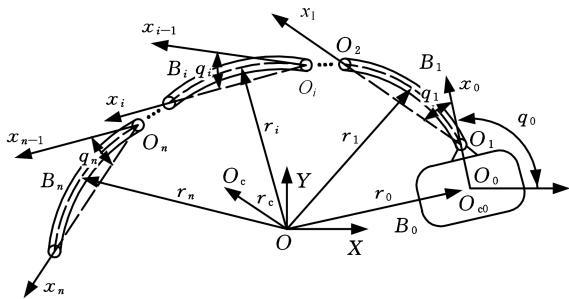


图 1 全柔性杆空间机械臂

Fig.1 Space manipulator with flexible-links

建立分体 B_i 的主轴联体坐标系 $B_i x_i y_i; x_{0i}$ 通过 O_0 与 O_1 的连线, x_i 是 B_i 的对称轴, e_{xi}, e_{yi} 分别为分体 B_i 联体坐标系 x_i 轴和 y_i 轴方向的单位向量; m_0, J_0 分别为 B_0 的质量与中心转动惯量, l_0 为载体质心 O_0 到关节绞 O_1 之间的距离; 设柔性臂 B_i 单位长度的线密度为 ρ_i , 均匀抗弯刚度为 EI_i (材料弹性模量为常量 E , 横截面关于中性轴的惯性矩为常量 I)。 q_0 为载体姿态的实际转角, q_i 为杆 B_i 的实际转角, l_i 为杆 B_i 的长度; r_0 为 B_0 质心 O_0 的位置向量, r_i 为柔性臂 B_i 上任意一点相对惯性坐标系 OXY 原点 O 的位置向量, r_c 为总质心 O_c 的位置向量。

基于假设模态法^[15],并由振动分析理论可知,柔性臂 B_i 横坐标为 $X_i (0 < X_i < l_i)$ 处, t 时刻的横向弹性变形可描述成

$$w_i(X_i, t) = \sum_{j=1}^{n_i} \varphi_{ij}(X_i) \delta_{ij}(t) \quad (1)$$

其中, $\varphi_{ij}(X_i)$ 为柔性臂 B_i 的第 j 阶模态函数,选取 $\varphi_{ij}(X_i) = \sin(\pi j X_i / l_i)$; $\delta_{ij}(t)$ 为 $\varphi_{ij}(X_i)$ 的模态坐标; n_i 为截断项数。低阶模态对杆件的弹性振动起主导效应,故取前 2 个低阶模态进行研究,即有 $n_i = 2$ 。

根据系统的位置几何关系,载体及各柔性臂上任意一点相对于惯性坐标系的位置矢径可表达为

$$r_i = r_0 + \sum_{j=0}^i l_j e_{xj} + X_i e_{xi} + w_i(X_i, t) e_{yi} \quad (2)$$

式(2)对时间求导,得

$$\dot{r}_i = \dot{r}_0 + \sum_{j=0}^i l_j \dot{e}_{xj} + X_i \dot{e}_{xi} + \dot{w}_i(X_i, t) e_{yi} + w_i(X_i, t) \dot{e}_{yi} \quad (3)$$

太空中,全柔性杆空间机械臂系统的重力势能可忽略,系统总势能 E_p 等于柔性臂的弯曲应变能,即

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (EI_i \int_0^{l_i} (\frac{\partial^2 w_i(X_i, t)}{\partial X_i^2})^2 dX_i) \quad (4)$$

系统载体及各柔性臂的动能为

$$E_k = E_{k0} + \sum_{i=1}^n E_{ki} = \frac{1}{2} (m_0 \dot{r}_0 \cdot \dot{r}_0 + J_0 \dot{q}_0^2) + \frac{1}{2} \rho_i \int_0^{l_i} \dot{r}_i \cdot \dot{r}_i dX_i \quad (5)$$

利用第二类拉格朗日方程耦合动量守恒定理,可得图 1 所示载体位置不受控、姿态受控的全柔性杆空间机械臂系统的动力学方程:

$$M(\theta_{r\delta}) \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_r \\ \ddot{\theta}_\delta \end{bmatrix} + H(\theta_{r\delta}, \dot{\theta}_{r\delta}) \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{(n+1) \times 1} \\ K_\delta \theta_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0_{n \times 1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\theta_{r\delta} = [\theta_r^T \quad \theta_\delta^T]^T \quad \theta_\delta = [\theta_{\delta 1}^T \quad \theta_{\delta 2}^T \quad \dots \quad \theta_{\delta n}^T]^T$$

$$\mathbf{K}_\delta = \text{diag}[\mathbf{K}_{\delta 1}, \mathbf{K}_{\delta 2}, \dots, \mathbf{K}_{\delta n}]$$

其中, $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}_{r\delta})$ 为正定、对称惯性矩阵, $n+1+n_i n$ 阶方阵; $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{r\delta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{r\delta})$ 为包含离心力、科氏力的矩阵, $n+1+n_i n$ 阶方阵; $\boldsymbol{\theta}_r$ 为载体姿态位置及关节转角的列向量, $\boldsymbol{\theta}_r = (q_0, q_1, \dots, q_n)^T$; $\boldsymbol{\theta}_{\delta i}$ 为柔性臂第 n_i 个模态的列向量, $\boldsymbol{\theta}_{\delta i} = (\delta_{i1}, \delta_{i2}, \dots, \delta_{in_i})^T$; $\boldsymbol{\tau}$ 为系统的控制输入力矩列向量, $\boldsymbol{\tau} = (\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n)^T$; $\mathbf{K}_{\delta i}$ 为柔性臂 B_i 的刚度系数矩阵, $\mathbf{K}_{\delta i} = \text{diag}(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in_i})$ 。

2 控制器设计

2.1 系统动力学奇异摄动分解

奇异摄动法利用系统状态变量在时间尺度上的差别, 把一个高阶系统的求解任务分解成两个(或多个)低阶系统的求解问题。

载体位置不受控、姿态受控的全柔性杆空间机械臂动力学模型可展开为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_r \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_r \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(n+1) \times 1} \\ \mathbf{K}_\delta \boldsymbol{\theta}_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0}_{n_i n \times 1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{M}_{11} \in \mathbf{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ 、 $\mathbf{M}_{12} \in \mathbf{R}^{(n+1) \times n_i n}$ 、 $\mathbf{M}_{21} \in \mathbf{R}^{n_i n \times (n+1)}$ 、 $\mathbf{M}_{22} \in \mathbf{R}^{n_i n \times n_i n}$ 均为 $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}_{r\delta})$ 对应的子矩阵; $\mathbf{H}_{11} \in \mathbf{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ 、 $\mathbf{H}_{12} \in \mathbf{R}^{(n+1) \times n_i n}$ 、 $\mathbf{H}_{21} \in \mathbf{R}^{n_i n \times (n+1)}$ 、 $\mathbf{H}_{22} \in \mathbf{R}^{n_i n \times n_i n}$ 均为 $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}_{r\delta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{r\delta})$ 对应的子矩阵。 $\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}_{r\delta})$ 是系统对称且正定的惯性矩阵, 其逆矩阵可定义为

$$\mathbf{N}(\boldsymbol{\theta}_{r\delta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} \\ \mathbf{N}_{21} & \mathbf{N}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (8)$$

假设柔性臂刚度矩阵 \mathbf{K}_δ 中的最小刚度为 $k_{\delta \min}$, 并定义 $\mu^2 k_{\delta \min} = 1$, 引入新的变量 $\mu^2 \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\theta}_\delta$, $\mathbf{K}_\mu = \mu^2 \mathbf{K}_\delta$, 则式(6)可变换为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_r &= \mathbf{N}_{11} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{N}_{11} (\mathbf{H}_{11} \dot{\boldsymbol{\theta}}_r + \mu^2 \mathbf{H}_{12} \dot{\boldsymbol{\sigma}}) - \\ &\quad \mathbf{N}_{12} (\mathbf{H}_{21} \dot{\boldsymbol{\theta}}_r + \mu^2 \mathbf{H}_{22} \dot{\boldsymbol{\sigma}}) - \mathbf{N}_{12} \mathbf{K}_\mu \boldsymbol{\sigma} \\ \mu^2 \ddot{\boldsymbol{\sigma}} &= \mathbf{N}_{21} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{N}_{21} (\mathbf{H}_{11} \dot{\boldsymbol{\theta}}_r + \mu^2 \mathbf{H}_{12} \dot{\boldsymbol{\sigma}}) - \\ &\quad \mathbf{N}_{22} (\mathbf{H}_{21} \dot{\boldsymbol{\theta}}_r + \mu^2 \mathbf{H}_{22} \dot{\boldsymbol{\sigma}}) - \mathbf{N}_{22} \mathbf{K}_\mu \boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

令 $\mu = 0$, 结合式(9), 可得到慢变子系统的动力学方程:

$$\mathbf{D}_s \ddot{\boldsymbol{\theta}}_r + \mathbf{H}_s \dot{\boldsymbol{\theta}}_r = \boldsymbol{\tau}_s \quad (10)$$

$$\mathbf{D}_s = (\mathbf{N}_{11s} - \mathbf{N}_{12s} \mathbf{N}_{22s}^{-1} \mathbf{N}_{21s})^{-1} \quad \mathbf{H}_s = \mathbf{H}_{11s}$$

其中, 下标 s 表示 $\mu = 0$ 时的矩阵或向量, $\boldsymbol{\tau}_s$ 表示慢变子系统的控制器。

定义快变时标 t_f 及边界层修正项 $\xi_1 = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_s$, $\xi_2 = \sqrt{\mu} \dot{\boldsymbol{\sigma}}$, 可得快变子系统的动力学方程:

$$\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt_f} = \mathbf{A}_f \xi + \mathbf{B}_f \boldsymbol{\tau}_f \quad (11)$$

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \xi_2^T \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_i n \times n_i n} & \mathbf{I}_{n_i n \times n_i n} \\ -\mathbf{N}_{22s} \mathbf{K}_\mu & \mathbf{0}_{n_i n \times n_i n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n_i n \times (n+1)} \\ \mathbf{N}_{21s} \end{bmatrix}$$

其中, $\boldsymbol{\tau}_f$ 为快变子系统的控制器。

全柔性杆空间机械臂系统的控制目标为: 设计控制器 $\boldsymbol{\tau}$, 使系统的关节能准确跟踪期望轨迹并使部分解耦系统(式(9))的振动得到控制。最终, 将慢变子系统控制器 $\boldsymbol{\tau}_s$ 与快变子控制器 $\boldsymbol{\tau}_f$ 结合, 可得总控制器 $\boldsymbol{\tau}$ 表达式:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_f \quad (12)$$

2.2 慢变子系统控制器的选取

综合考虑存在外部有界干扰 $\boldsymbol{\tau}_d(t)$, 设计了基于 L_2 增益的抗扰鲁棒反演控制器。反演设计方法的基本思想是将复杂的非线性系统分解成不超过系统阶数的子方程系统, 然后为每个子方程系统分别设计 Lyapunov 函数和中间虚拟控制量, 直到完成整个系统控制器的设计。

干扰信号 $\boldsymbol{\tau}_d(t)$ 的 L_2 范数为

$$\|\boldsymbol{\tau}_d(t)\|_2 = \sqrt{\int_0^{\infty} \boldsymbol{\tau}_d^T(t) \boldsymbol{\tau}_d(t) dt} \quad (13)$$

该范数可衡量外部有界干扰 $\boldsymbol{\tau}_d(t)$ 对系统影响的大小。

为了验证控制器对干扰的抑制能力, 可选择相应有用的评价信号 \mathbf{z} 。评价信号 \mathbf{z} 和干扰信号 $\boldsymbol{\tau}_d(t)$ 的 L_2 范数越小, 说明系统对干扰有着越大的抑制能力, 可定义系统的 L_2 增益如下:

$$J = \sup_{\|\boldsymbol{\tau}_d\| \neq 0} \frac{\|\mathbf{z}\|_2}{\|\boldsymbol{\tau}_d\|_2} \quad (14)$$

J 表示系统鲁棒性, J 越小, 系统的鲁棒性能越好。

L_2 干扰抑制法可等价求解一个基于 Lyapunov 稳定性理论的耗散不等式问题, 即对于一个正数(干扰抑制水平因子) γ , 如果存在一个正定且可微函数 $V(x) \geq 0$ 且

$$\dot{V} \leq \frac{1}{2} (\gamma^2 \|\boldsymbol{\tau}_d\|^2 - \|\mathbf{z}\|^2) \quad \forall \boldsymbol{\tau}_d \quad (15)$$

则 $J \leq \gamma$, 即可看作是设计相应的控制器使 J 小于给定值 γ 。为了获得式(15)的正定存储函数 $V(x)$, 需要求解 HJI 偏微分不等式, 然而一般的非线性系统 HJI 方程非常难于求解, 所以常用递推 Lyapunov 函数的思想来构造系统的存储函数, 并证明 \dot{V} 是负定的, 从而使得闭环系统是一致渐近稳定的。

令 $\mathbf{x}_1 = \boldsymbol{\theta}_r$, $\mathbf{x}_2 = \dot{\boldsymbol{\theta}}_r$, 定义空间机械臂载体角、

关节角的期望轨迹 $\mathbf{x}_d = (q_{0d}, q_{1d}, \dots, q_{nd})$ 。考虑外部干扰 $\boldsymbol{\tau}_d$, 全柔性杆空间机械臂慢变子系统动力学方程(式(10)) 可写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{G}(\mathbf{x})\boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_d \end{cases} \quad (16)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \mathbf{D}_s^{-1} \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = -\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{H}_s\dot{\boldsymbol{\theta}}_r$$

根据文献[15] 的 Backstepping 设计方法, 取如下变量:

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_d \quad (17)$$

$$\mathbf{z}_2 = \mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_d - \boldsymbol{\beta} \quad (18)$$

把式(18) 中的 $\boldsymbol{\beta}$ 看作是虚拟控制输入, 对其进行设计。

将式(17) 两边对时间 t 求导, 结合式(18) 得

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{z}_2 + \boldsymbol{\beta} \quad (19)$$

针对式(16) 中的第一个子方程, 定义 Lyapunov 函数:

$$V_1 = \mathbf{z}_1 \cdot \mathbf{z}_1 / 2 \quad (20)$$

对式(20) 求导, 并结合式(19) 得

$$\dot{V}_1 = \mathbf{z}_1 \cdot (\mathbf{z}_2 + \boldsymbol{\beta}) \quad (21)$$

选取

$$\boldsymbol{\beta} = -(k + 1/2)\mathbf{z}_1 \quad (22)$$

k 为正的常数。另外定义系统性能输出 $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1^T \quad \mathbf{z}_2^T]^T$, \mathbf{z} 是系统的评价信号, 用来评价非线性系统的抗干扰性能。

综合式(21)、式(22), 可得

$$\dot{V}_1 = \mathbf{z}_1 \cdot \mathbf{z}_2 - (k + 1/2)\mathbf{z}_1 \cdot \mathbf{z}_1 \quad (23)$$

由式(23) 可知, 通过选取适当的 $\boldsymbol{\beta}$, 可使得当 $\mathbf{z}_2 = 0$ 时, $\dot{V}_1 \leq 0$, 这样可保证 \mathbf{z}_1 , 即跟踪误差将渐近收敛至 0; 当且仅当 $\mathbf{z}_1 = 0$ 时, 取 $\dot{V}_1 = 0$ 。

设计慢变子系统的控制器如下:

$$\boldsymbol{\tau}_s = (\mathbf{G}(\mathbf{x}))^{-1}(\ddot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \dot{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{z}_1 - \mathbf{P}\mathbf{z}_2 + \boldsymbol{\tau}_r) \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\tau}_r = -\frac{\gamma^2 + 1}{2\gamma^2}\mathbf{z}_2 \quad (25)$$

其中, $\boldsymbol{\tau}_r$ 为鲁棒控制器, \mathbf{P} 为给定的评价系数矩阵, 它保证了系统一致最终有界稳定, $\mathbf{P} = \text{diag}(p_1, p_2, p_3)$ 。

结合式(16)、式(18) 和式(24) 可得

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = \dot{\mathbf{x}}_2 - \ddot{\mathbf{x}}_d - \dot{\boldsymbol{\beta}} = -\mathbf{z}_1 - \mathbf{P}\mathbf{z}_2 + \boldsymbol{\tau}_r + \boldsymbol{\tau}_d \quad (26)$$

针对式(16) 中的第二个子方程, 定义 Lyapunov 函数:

$$V_1 = (\mathbf{z}_1 \cdot \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 \cdot \mathbf{z}_2) / 2 \quad (27)$$

对式(27) 两边求导, 结合式(21)、式(26), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \mathbf{z}_1 \cdot (\mathbf{z}_2 + \boldsymbol{\beta}) + \mathbf{z}_2 \cdot (\boldsymbol{\tau}_d - \mathbf{z}_1 - \mathbf{P}\mathbf{z}_2 + \boldsymbol{\tau}_r) = \\ &= -(k + 1/2)\mathbf{z}_1 \cdot \mathbf{z}_1 - \mathbf{P}\mathbf{z}_2 \cdot \mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_2 \cdot (\boldsymbol{\tau}_d + \boldsymbol{\tau}_r) \leq \\ &(\gamma^2 \|\boldsymbol{\tau}_d\|^2 - \|\mathbf{z}_1\|^2 - \|\mathbf{z}_2\|^2 - \end{aligned}$$

$$\|\mathbf{z}_2/\gamma - \boldsymbol{\tau}_d\|^2/2 \leq (\gamma^2 \|\boldsymbol{\tau}_d\|^2 - \|\mathbf{z}\|^2)/2 \quad (28)$$

式(28) 两边同时对时间 t 从 0 到 ∞ 积分, 可得

$$2V_1(\infty) - 2V_1(0) \leq -\int_0^\infty \|\mathbf{z}\|^2 dt + \gamma^2 \int_0^\infty \|\boldsymbol{\tau}_d\|^2 dt \quad (29)$$

由式(29) 可知, 系统满足耗散不等式(式(15)), 即从干扰 $\boldsymbol{\tau}_d$ 到性能输出 \mathbf{z} 的 L_2 增益 $J \leq \gamma$ 。且由式(29) 知, $\boldsymbol{\tau}_d = 0$ 时, 闭环系统是一致渐近稳定的; $\boldsymbol{\tau}_d \neq 0$ 时, 由于外部干扰有界, 那么闭环系统是一致最终有界稳定的。

2.3 快变子系统控制器的选取

忽略不确定部分, 快变子系统为线性系统且完全可控。本节拟采用最优控制策略来对快变子系统(式(11)) 进行控制。为此, 定义系统性能指标函数为

$$J_f = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\boldsymbol{\tau}_f^T \mathbf{R}_f \boldsymbol{\tau}_f + \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{Q}_f \boldsymbol{\xi}) dt \quad (30)$$

其中, $\mathbf{R}_f \in \mathbf{R}^{(n+1) \times (n+1)}$, $\mathbf{Q}_f \in \mathbf{R}^{2n_i n \times 2n_i n}$ 分别为正定和半正定的常值矩阵。设 \mathbf{P}_f 为如下 Ricatti 方程的唯一解

$$\mathbf{P}_f \mathbf{A}_f + \mathbf{A}_f^T \mathbf{P}_f - \mathbf{P}_f \mathbf{B}_f \mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{B}_f^T \mathbf{P}_f + \mathbf{Q}_f = 0 \quad (31)$$

则快变子系统的最优控制器可定义为

$$\boldsymbol{\tau}_f = -\mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{B}_f^T \mathbf{P}_f \boldsymbol{\xi} \quad (32)$$

3 仿真算例与分析

为验证基于 L_2 增益抗扰鲁棒反演控制器的有效性, 对平面运动的两柔性杆空间机械臂进行动力学数值模拟仿真。利用第 2 节中所设计的复合控制器 $\boldsymbol{\tau}$ 对系统进行仿真分析。仿真过程共耗时 $t = 10$ s。选取系统惯性参数的真实值 $l_0 = 1.5$ m, $l_1 = l_2 = 3.0$ m, 载体质量 $m_0 = 200$ kg, 载体绕质心的转动惯量 $J_0 = 70$ kg · m²。柔性臂 B_1 、 B_2 的单位长度线密度 $\rho_1 = \rho_2 = 1.1$ kg/m, 抗弯刚度 $EI_1 = 100$ N · m², $EI_2 = 50$ N · m²。控制系统相关参数 $\mu = 0.01$, $k = 1$, $p_1 = p_2 = p_3 = 40$ 。外部有界干扰 $\boldsymbol{\tau}_d = 0.1[\text{sgn}(\sin t) \quad \text{sgn}(\cos t) \quad \text{sgn}(\sin t)]^T$ 。

假定两柔性杆空间机械臂系统载体姿态角、各关节角的期望运动轨迹分别为 $q_{0d} = \pi/2$ rad, $q_{1d} = 7\pi/16$ rad, $q_{2d} = 3\pi/8$ rad, 载体姿态角、各关节角的初始运动位置为 $q_0(0) = 1.68$ rad, $q_1(0) = 1.25$ rad, $q_2(0) = 1.25$ rad。 L_2 增益 $\gamma = 0.1$ 时, 仿真结果如图 2 ~ 图 4 所示。

L_2 增益 $\gamma = 0.005$ 时, 仿真结果如图 5 ~ 图 7 所示。

对比图 2、图 5 的收敛时间可知, 前者的载体姿态角、关节角的跟踪误差值只需 3 s 左右就可以基本收敛到零, 而后者则需要 7 s 左右才能达到同

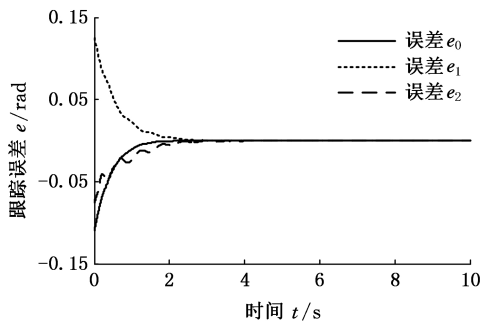


图 2 载体姿态角、关节角的跟踪误差图($\gamma = 0.1$)

Fig.2 Tracking errors of attitude angle and joints angles($\gamma = 0.1$)

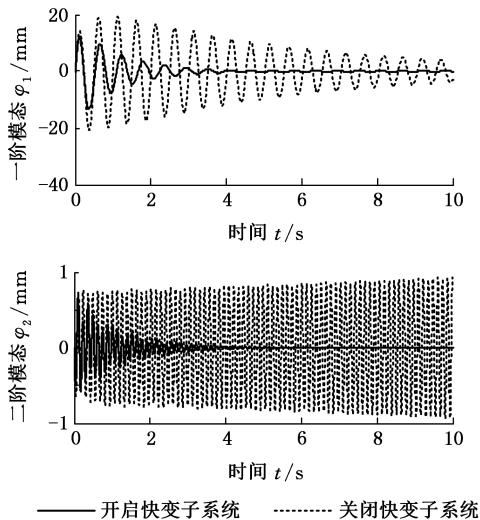


图 3 柔性臂 B_1 的弯曲振动模态($\gamma = 0.1$)

Fig.3 Vibration modes of flexible link B_1 ($\gamma = 0.1$)

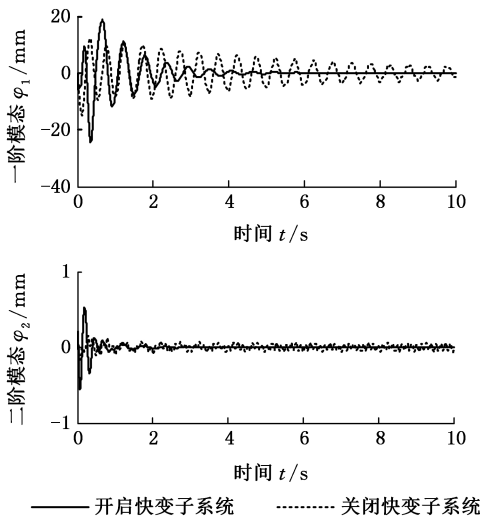


图 4 柔性臂 B_2 的弯曲振动模态($\gamma = 0.1$)

Fig.4 Vibration modes of flexible link B_2 ($\gamma = 0.1$)

样的收敛误差。因此可通过调节参数 γ 的大小来调整系统收敛时间。增大调节参数可缩短系统跟踪误差的收敛时间,但有时会造成关节电机输出功率饱和而影响控制效果,因此可根据实际需求来适当选取控制参数 γ 的大小。由图 3、图 4、图 6、图 7 可看出,通过开启(实线)与关闭(虚线)快

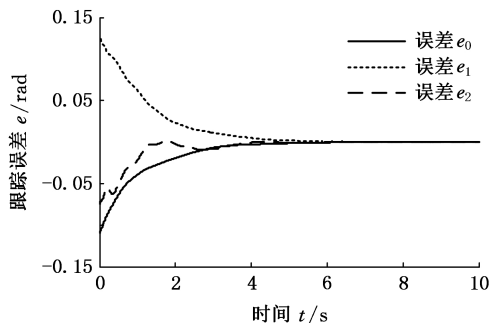


图 5 载体姿态角、关节角的跟踪误差图($\gamma = 0.005$)

Fig.5 Tracking errors of attitude angle and joints angles($\gamma = 0.005$)

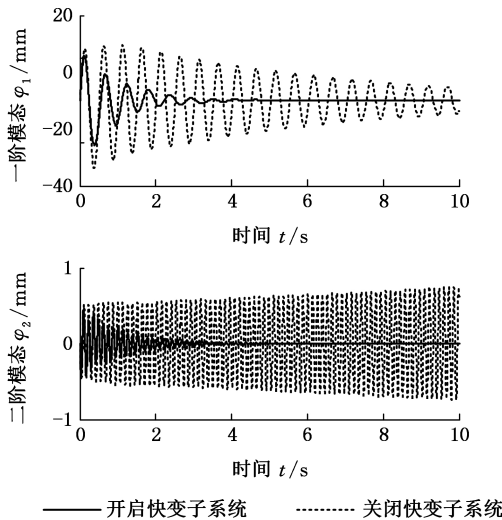


图 6 柔性臂 B_1 的弯曲振动模态($\gamma = 0.005$)

Fig.6 Vibration modes of flexible link B_1 ($\gamma = 0.005$)

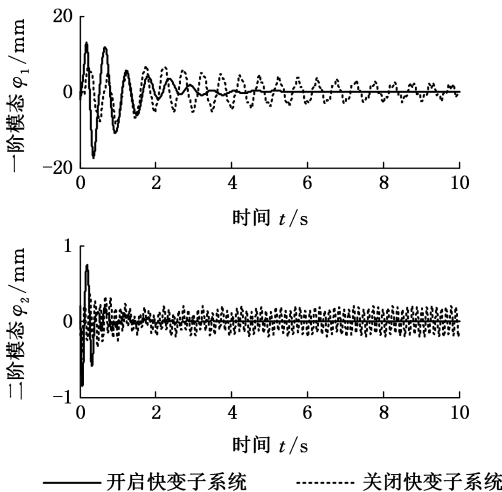


图 7 柔性臂 B_2 的弯曲振动模态($\gamma = 0.005$)

Fig.7 Vibration modes of flexible link B_2 ($\gamma = 0.005$)

变子系统可知,开启快变子系统使得由柔性杆引起的振动得到较快的收敛。

4 结语

本文利用假设模态法,通过拉格朗日第二类方程和动量守恒关系,忽略微弱重力势能,建立了全柔性杆空间机械臂系统的动力学模型,并对其

进行了动力学分析。

采用奇异摄动法对两柔性杆空间机械臂进行了数值仿真,根据系统状态变量在时间尺度上的差别,在考虑外部有界干扰情况下,将系统降阶分解为描述关节刚性运动的慢变子系统与描述柔性杆振动的快变子系统;设计了基于 L_2 增益的鲁棒反演控制的慢变子系统及基于线性最优控制的快变子系统的复合控制器;实现了全柔性杆空间机械臂关节运动轨迹跟踪控制系统,抑制了由柔性杆引起的系统振动。数值模拟仿真结果证实了该设计控制器的有效性,并验证了所设计的控制器能抑制外部有界干扰给系统带来的影响。将上述控制器进行适当的延伸及扩展,最终可推广应用于全柔性杆空间机械臂系统中。

参考文献:

- [1] 洪在地, 负超, 陈力. 柔性臂漂浮基空间机器人建模与轨迹跟踪控制[J]. 机器人, 2007, 29(1):92-96.
HONG Zaidi, YUN Chao, CHEN Li. Modeling and Trajectory Tracking Control of a Free-floating Space Robot with Flexible Manipulators[J]. Robot, 2007, 29(1):92-96.
- [2] 王明, 黄攀峰, 刘正雄, 等.自由漂浮空间机器人最小基座反作用轨迹规划[J]. 宇航学报, 2011, 32(10):2152-2157.
WANG Ming, HUANG Panfeng, LIU Zhengxiong, et al. Trajectory Planning for Minimizing Base Reaction of Free-floating Space Robot[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(10):2152-2157.
- [3] 于潇雁, 陈力. 载体位置、姿态均不受控的飘浮基柔性空间机器人的 Terminal 滑模控制[J]. 中国机械工程, 2015, 26(7):936-942.
YU Xiaoyan, CHEN Li. Terminal Sliding Mode Control of a Free-floating Flexible Space Robot[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(7):936-942.
- [4] 徐文福, 梁斌, 李成, 等. 空间机器人微重力模拟实验系统研究综述[J]. 机器人, 2009, 31(1):88-96.
XU Wenfu, LIANG Bin, LI Cheng, et al. A Review on Simulated Micro-gravity Experiment Systems of Space Robot[J]. Robot, 2009, 31(1):88-96.
- [5] KHAIRUDIN M, MOHAMED Z, HUSAIN A R. Dynamic Model and Robust Control of Flexible Link Robot Manipulator[J]. Telkomnika, 2011, 9(2):279-286.
- [6] DELAVARI H, LANUSSE P, SABATIER J.

- Fractional Order Controller Design for a Flexible Link Manipulator Robot[J]. Asian Journal of Control, 2013, 15(3):783-795.
- [7] VAKIL M, FOTOUHI R, NIKIFORUK P N. A New Method for Dynamic Modeling of Flexible-link Flexible-joint Manipulators[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2012, 134(1):14503-14513.
- [8] HALALCHI H, LAROCHE E, BARA G I. Flexible-link Robot Control Using a Linear Parameter Varying Systems Methodology [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2014, 11(46):1-12.
- [9] SHAWKY A, ZYDEK D, ELHALWAGY Y Z, et al. Modeling and Nonlinear Control of a Flexible-link Manipulator[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(23):9591-9602.
- [10] MOHAMED Z, KHAIRUDIN M, HUSAIN A R, et al. Linear Matrix Inequality-based Robust Proportional Derivative Control of a Two-link Flexible Manipulator[J]. Journal of Vibration & Control, 2016, 22(5):1244-1256.
- [11] 张丽娇, 陈力. 漂浮基柔性空间机械臂的模糊 H_∞ 鲁棒控制及柔性振动最优控制[J]. 中国机械工程, 2016, 27(18):2447-2452.
ZHANG Lijiao, CHEN Li. Fuzzy Robust H_∞ Control and Flexible Vibration Optimal Control for Free-floating Flexible Space Manipulator[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(18):2447-2452.
- [12] SABATINI M, GASBARRI P, MONTI R, et al. Vibration Control of a Flexible Space Manipulator during on Orbit Operations[J]. Acta Astronautica, 2012, 73(2):109-121.
- [13] KUMAR A, PATHAK P M, SUKAVANAM N. Reduced Model Based Control of Two Link Flexible Space Robot[J]. Intelligent Control & Automation, 2011, 2(2):112-120.
- [14] CHEN W. Dynamic Modeling of Multi-link Flexible Robotic Manipulators[J]. Computers & Structures, 2001, 79(2):183-195.
- [15] ASTOLFI A, KARAGIANNIS D, ORTEGA R. Nonlinear and Adaptive Control with Applications [M]. Berlin:Springer, 2007:4475-4480.

(编辑 张 洋)

作者简介:张丽娇,女,1989年生。福州大学机械工程及自动化学院博士研究生。主要研究方向为空间机器人动力学建模与控制。发表论文3篇。E-mail:lijiaoz@126.com。陈 力,男,1961年生。福州大学机械工程及自动化学院教授、博士研究生导师。