

# 漂浮基柔性空间机械臂的 模糊 $H_\infty$ 鲁棒控制及柔性振动最优控制

张丽娇 陈 力

福州大学,福州,350108

**摘要:** 讨论了存在外界干扰情况下漂浮基柔性空间机械臂的轨迹跟踪和振动抑制问题。结合系统动量守恒关系和拉格朗日方法建立了系统动力学模型。采用奇异摄动法的双时标分解方法,将系统分解描述为关节轨迹跟踪的慢变子系统与描述柔性杆件振动的快变子系统。针对慢变子系统,设计了自适应模糊  $H_\infty$  控制算法,用模糊逻辑系统去逼近系统的不确定项;同时,设计了  $H_\infty$  鲁棒控制项,用它克服模糊逼近误差和外界干扰对输出跟踪误差的影响。针对快变子系统,采用线性二次最优控制方法主动抑制,以保证系统的稳定性。基于 Lyapunov 稳定性理论证明了该算法可确保控制系统是渐近稳定的。系统仿真结果说明了控制器的可靠性和有效性,所设计的控制方案使得系统的跟踪误差及柔性振动快速收敛。

**关键词:** 漂浮基柔性空间机械臂;奇异摄动法;自适应模糊; $H_\infty$  鲁棒控制

**中图分类号:** TP241

**DOI:**10.3969/j.issn.1004-132X.2016.18.006

## Fuzzy Robust $H_\infty$ Control and Flexible Vibration Optimal Control for Free-floating Flexible Space Manipulator

Zhang Lijiao Chen Li

Fuzhou University, Fuzhou, 350108

**Abstract:** The trajectory tracking and vibration suppression control for free-floating flexible space manipulator with disturbance were discussed. With the momentum conservation relations, system dynamics model was set up by the Lagrange method. Using the two-time scale decomposition of singular perturbation method, and the system was decomposed into a slow subsystem which was described joint trajectory tracking and a fast subsystem which was described the vibration of flexible manipulator. Then a composite controller consisting of a slow control component and a fast control component was proposed. For the slow subsystem, adaptive fuzzy  $H_\infty$  control algorithm was designed, the fuzzy logic system was used to approximate the system uncertainty, and a robust  $H_\infty$  control was used to overcome the fuzzy approximation errors and eliminate the influences of the external disturbance on the output tracking errors. For the fast subsystem, optimal linear quadratic regulator(LQR) was designed to damp out the vibration of the flexible links. Based on Lyapunov stability theory, it is proved that this algorithm can ensure the control system is asymptotically stable. Numerical simulation results illustrate that the proposed controller is reliable and effective, this control scheme makes the tracking errors of the system and the flexible vibrations quickly convergence.

**Key words:** free-floating flexible space manipulator; singular perturbation method; adaptive fuzzy;  $H_\infty$  robust control

### 0 引言

未来空间技术的发展,对空间机械臂的要求越来越高,关于空间机械臂柔性行为(包含柔性臂等)控制的基础科学问题研究日益广泛<sup>[1-6]</sup>。未来空间机械臂柔性行为控制不仅要探索如何认识空

间机械臂柔性行为的运动规律,而且还要研究如何对柔性行为施加外部影响以保证空间机械臂执行在轨操作任务按期望要求得以实现<sup>[7]</sup>。由于空间机械臂往往具有轻质、臂长、高精度、高负载等特点(导致臂杆柔性大),因此空间机械臂的柔性是不可忽略的。目前国内有关柔性空间机械臂的控制研究主要集中在单个柔性臂系统,且系统的柔性振动会影响系统的控制精度<sup>[8-9]</sup>。在太空失重环境下,柔性空间机械臂是一个非常复杂的动

**收稿日期:** 2015-11-17

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(11372073,11072061);  
福建省工业机器人基础部件技术重大研发平台  
(2014H21010011)

力学系统,载体与臂杆的动力学耦合作用及刚性关节运动和柔性振动的相互作用,使得空间机器人系统的控制设计难于地面机器人系统<sup>[10-11]</sup>。因此,建立相应的系统动力学模型和设计高精度的控制器以有效地抑制柔性臂振动,是目前空间机械臂研究和应用必须面对和解决的重点<sup>[12-14]</sup>。

文献[15]提出了一种混合的系统,该系统结合了分数阶控制的鲁棒性和滑模控制的优势,但该控制方法未考虑外部扰动的影响。文献[16]提出了一种稳定的自适应模糊滑模控制器,用于非线性多变量系统的不可测状态,滑模变结构控制器对空间机械臂的外部扰动与未建模误差具有强鲁棒性,从而可以克服系统的不确定性。文献[17]提出了一种自适应算法,该算法具有简单性和通用性,并考虑了机械臂的参数未知等问题。但上述文献均未考虑柔性臂对空间机械臂控制的影响。文献[18]将虚拟刚性机械臂和假设运动反解相结合,设计了柔性空间机械臂模型的扩展 PD 控制,但该控制方法未能实现实时的振动抑制。

为了实现漂浮基柔性空间机械臂运动轨迹的渐近跟踪并抑制由柔性臂引起的系统柔性振动,利用积分流的思想建立奇异摄动模型,将系统动力学模型分解为慢变子系统和快变子系统。首先,针对慢变子系统,设计了自适应模糊  $H_\infty$  控制算法,通过设计模糊逻辑系统,用来逼近系统的不确定性,对不确定性进行补偿,对其参数进行自适应调节,整个闭环系统是 Lyapunov 意义下渐近稳定的。然后,设计鲁棒补偿项,借助  $H_\infty$  性能指标将逼近误差和外部干扰衰减到期望的程度。最后,针对快变子系统,采用线性二次最优控制方法主动抑制,保证系统的稳定性。

### 1 漂浮基柔性臂空间机械臂的动力学模型

考虑做平面运动的自由漂浮基柔性臂空间机械臂的几何模型如图 1 所示。其中,  $B_0$  为系统的刚性载体基座,  $B_1$  为系统的刚性连杆,  $B_2$  为系统的柔性连杆(可视为 Euler - Bernoulli 悬臂梁且仅产生横向振动),  $B_{i-1}$  和  $B_i$  ( $i = 1, 2$ ) 间均使用刚性旋转铰进行连接。

建立平动的惯性坐标系  $Oxy$ , 各分体  $B_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) 的主轴连体坐标系  $O_i x_i y_i$ ,  $O_1, O_2$  分别为相应两个转动铰的中心;  $x_0$  通过  $O_0$  与  $O_1$  的连线,  $x_1$  和  $x_2$  分别是  $B_1$  和  $B_2$  的对称轴,  $e_i$  为沿  $x_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) 轴方向的基矢量;  $C$  为系统总质心。  $m_i, j_i$  分别为  $B_i$  ( $i = 0, 1$ ) 的质量与中心转动

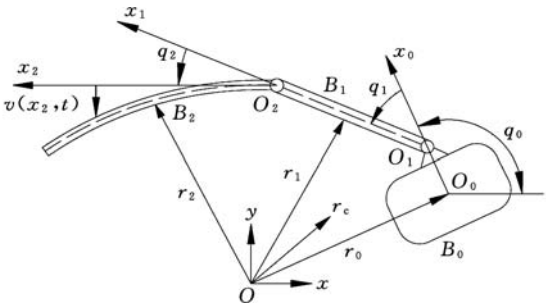


图 1 漂浮基柔性空间机械臂系统

惯量,  $B_2$  单位长度的均匀质量密度为  $\rho$ , 均匀弯曲刚度为  $EI$ ; 并定义  $q_0$  为航天器载体姿态角,  $q_1$  和  $q_2$  为关节  $O_1, O_2$  的相对转角。

由弹性理论可知, 基于假设模态变形描述法<sup>[19]</sup>, 横向弹性变形  $v(x_2, t)$  可描述为

$$v(x_2, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x_2) \delta_i(t) \tag{1}$$

其中,  $\varphi_i(x_2)$  和  $\delta_i(t)$  分别为柔性杆的第  $i$  阶模态函数及其坐标,  $n$  为截断阶数。考虑到低阶模态对杆件的弹性振动起主导效应, 本文取前两个低阶模态进行研究, 即

$$v(x_2, t) = \varphi_1(x_2) \delta_1(t) + \varphi_2(x_2) \delta_2(t) \tag{2}$$

利用拉格朗日法和动量守恒关系, 可导出载体位置不受控和姿态受控的柔性空间机械臂动力学方程如下:

$$M(q, \delta) \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + H(q, \delta, \dot{q}, \dot{\delta}) \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ K_\delta \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \tag{3}$$

其中,  $M(q, \delta)$  为正定、对称惯性矩阵,  $M(q, \delta) \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$ ;  $H(q, \delta, \dot{q}, \dot{\delta})$  为从包含离心力、科氏力列向量中分离出来的矩阵,  $H(q, \delta, \dot{q}, \dot{\delta}) \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$ ;  $q, \delta$  分别为系统广义坐标列向量的刚性变量和柔性变量,  $q = (q_0, q_1, q_2)^T, \delta = (\delta_1, \delta_2)^T$ ;  $K_\delta$  为系统的抗弯刚度矩阵,  $K_\delta = \text{diag}(k_{\delta 1}, k_{\delta 2})$ ;  $u$  为系统的控制力矩列向量,  $u = (u_0, u_1, u_2)^T$ ; 抗弯刚度矩阵中的对应元素可表示为

$$k_{\delta i} = \int_0^{l_2} EI \ddot{\varphi}_i^T(x_2) \ddot{\varphi}_i(x_2) dx_2$$

### 2 控制器设计

#### 2.1 系统动力学奇异摄动分解

根据式(3), 姿态受控柔性空间机械臂的动力学模型可展开为

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{rr} & H_{rf} \\ H_{fr} & H_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_\delta \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

其中,  $M_{rr} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}, M_{rf} \in \mathbf{R}^{3 \times 2}, M_{fr} \in \mathbf{R}^{2 \times 3}, M_{ff} \in$

$\mathbf{R}^{2 \times 2}$ , 均为  $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$  的子矩阵;  $\mathbf{H}_{rr} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ ,  $\mathbf{H}_{rf} \in \mathbf{R}^{3 \times 2}$ ,  $\mathbf{H}_{fr} \in \mathbf{R}^{2 \times 3}$ ,  $\mathbf{H}_{ff} \in \mathbf{R}^{2 \times 2}$ , 均为  $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$  的子矩阵。

若约定

$$\mathbf{N}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\delta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{rr} & \mathbf{N}_{rf} \\ \mathbf{N}_{fr} & \mathbf{N}_{ff} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{rr} & \mathbf{M}_{rf} \\ \mathbf{M}_{fr} & \mathbf{M}_{ff} \end{bmatrix}^{-1} \quad (5)$$

假设柔性臂刚度矩阵  $\mathbf{K}_\delta$  中的最小刚度为  $k_{\delta \min}$ , 并定义  $\mu = 1/k_{\delta \min}$ , 引入新的变量  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\delta}/\mu$ ,  $\mathbf{K}_\mu = \mu \mathbf{K}_\delta$ , 式(4)可变换为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}} &= -\mathbf{N}_{rr}(\mathbf{H}_{rr}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}_{rf}\mu\dot{\boldsymbol{\sigma}}) + \mathbf{N}_{rr}\mathbf{u} - \\ &\quad \mathbf{N}_{rf}(\mathbf{H}_{fr}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}_{ff}\mu\dot{\boldsymbol{\sigma}}) - \mathbf{N}_{rf}\mathbf{K}_\mu\boldsymbol{\sigma} \\ \mu\ddot{\mathbf{q}} &= -\mathbf{N}_{fr}(\mathbf{H}_{rr}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}_{rf}\mu\dot{\boldsymbol{\sigma}}) + \mathbf{N}_{fr}\mathbf{u} - \\ &\quad \mathbf{N}_{ff}(\mathbf{H}_{fr}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}_{ff}\mu\dot{\boldsymbol{\sigma}}) - \mathbf{N}_{ff}\mathbf{K}_\mu\boldsymbol{\sigma} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

令  $\mu = 0$  并将其代入式(6), 得慢变子系统:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}}_{rr}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{H}}_{rr}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{u}_s \\ \bar{\mathbf{M}}_{rr} &= (\bar{\mathbf{N}}_{rr} - \bar{\mathbf{N}}_{rf}\bar{\mathbf{N}}_{ff}^{-1}\bar{\mathbf{N}}_{fr})^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

其中, 带“—”的变量表示当  $\mu = 0$  时相应的矩阵或者向量,  $\mathbf{u}_s$  表示慢变子系统的控制器,  $\dot{\bar{\mathbf{M}}}_{rr} - 2\bar{\mathbf{H}}_{rr}$  仍满足斜对称性。

定义快变时标  $t_f$  及边界层修正项  $\mathbf{z}_1 = \boldsymbol{\sigma} - \bar{\boldsymbol{\sigma}}$ ,  $\mathbf{z}_2 = \sqrt{\mu}\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ , 可得到快变子系统的动力学方程:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \frac{d\mathbf{z}}{dt_f} = \mathbf{A}_f\mathbf{z} + \mathbf{B}_f\mathbf{u}_f \\ \mathbf{z} &= [\mathbf{z}_1^T \quad \mathbf{z}_2^T]^T \\ \mathbf{A}_f &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\bar{\mathbf{N}}_{ff}\mathbf{K}_\mu & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{N}}_{fr} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{u}_f$  为快变子系统的控制器。

通过奇异摄动法将慢变控制律  $\mathbf{u}_s$  与快变子系统控制律  $\mathbf{u}_f$  结合, 由于这两个子系统在时标上具有独立性, 因此可分别对每个子系统进行相应控制器的设计, 并最终组成系统的总控制器  $\mathbf{u}$ , 可同时使关节运动稳定追踪期望轨迹及柔性杆振动得到抑制, 即设计的总控制器  $\mathbf{u}$  可由两部分组成  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_f$ 。

## 2.2 快变子系统的控制器设计

忽略不确定部分, 则快变子系统为线性系统, 且完全可控。为抑制弹性振动, 本节拟采用最优控制策略来对快变子系统(式(8))进行控制。为此, 定义系统性能指标函数为

$$J_f = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{u}_f^T \mathbf{R}_f \mathbf{u}_f + \mathbf{z}^T \mathbf{Q}_f \mathbf{z}) dt \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{R}_f \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  和  $\mathbf{Q}_f \in \mathbf{R}^{4 \times 4}$  分别为正定、半正定常值矩阵。

设  $\mathbf{P}_f$  为如下 Ricatti 方程的唯一解:

$$\mathbf{P}_f \mathbf{A}_f + \mathbf{A}_f^T \mathbf{P}_f - \mathbf{P}_f \mathbf{B}_f \mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{B}_f^T \mathbf{P}_f + \mathbf{Q}_f = \mathbf{0} \quad (10)$$

则快变最优控制律可定义为

$$\mathbf{u}_f = -\mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{B}_f^T \mathbf{P}_f \mathbf{z} \quad (11)$$

## 2.3 慢变子系统的控制器设计

假设式(3)有相对度向量, 并且零动态具有指数吸引性质。

设  $\mathbf{x} = (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T$  是系统状态向量, 对于给定的期望轨迹  $\mathbf{x}_d = (\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)^T$ , 其中,  $\mathbf{q}_d = (q_{d0}, q_{d1}, q_{d2})^T$ , 定义跟踪误差为  $\mathbf{e} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x}$ 。将慢变子系统(式 7) 改写成如下状态空间的形式, 且考虑外部干扰, 则有

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_k \mathbf{x} + \mathbf{B}(-\bar{\mathbf{M}}_{rr}^{-1}(\mathbf{q}) \bar{\mathbf{C}}_{rr}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \bar{\mathbf{M}}_{rr}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{u}_s - \mathbf{u}_d) \quad (12)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{rr}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \bar{\mathbf{H}}_{rr}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}$$

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}_{6 \times 3}$$

设系统的位置和速度是完全可测的, 设计一个鲁棒自适应模糊控制器和可调参数的自适应律, 使得整个闭环系统趋于稳定, 式(12)可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_k \mathbf{x} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\Delta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s) + \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x})) \\ \boldsymbol{\Delta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}_s) &= \end{aligned} \quad (13)$$

$$-\bar{\mathbf{M}}_{rr}^{-1}(\mathbf{q}) \bar{\mathbf{C}}_{rr}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \bar{\mathbf{M}}_{rr}^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{u}_s - \mathbf{u}_d - \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$$

控制目标是利用模糊逻辑系统设计自适应控制律, 满足: ① 系统中所涉及的变量有界; ② 跟踪误差  $\mathbf{e}$  取得  $H_\infty$  跟踪性能, 即

$$\int_0^X \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} dt \leq \mathbf{e}^T(0) \mathbf{P} \mathbf{e}(0) + \frac{1}{\eta} \boldsymbol{\theta}^T(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) + \rho^2 \int_0^X \omega^2 dt$$

其中,  $X \in [0, \infty)$ ,  $\omega \in L_2[0, X]$  是模糊逼近误差,  $L_2$  为  $H_\infty$  跟踪性能下的一个指标;  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{P}$  为两个正定矩阵;  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$  为参数的误差向量,  $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta}^* - \boldsymbol{\theta}$ ;  $\eta$ 、 $\rho$  为两个给定的参数,  $\eta > 0$ ,  $\rho > 0$ 。

慢变子系统的控制器为

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_\sigma + \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{u}_\lambda \quad (14)$$

其中, 选取合适的  $\mathbf{u}_\sigma$  可使系统趋于稳定。 $\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta})$  为模糊逻辑系统, 用它逼近不确定项, 慢变子系统应用模糊逻辑系统构造自适应模糊控制器。 $\mathbf{u}_\lambda$  为  $H_\infty$  鲁棒项, 用于克服误差和干扰,  $\lambda$  是一个设计参数,  $\lambda > 0$ , 且有

$$\mathbf{u}_\lambda = -\lambda^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{e} \quad (15)$$

另外

$$\mathbf{u}_\sigma = \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_{\sigma 1} \mathbf{e}_1 + \mathbf{K}_{\sigma 2} \mathbf{e}_2 \quad (16)$$

其中,  $\mathbf{K}_{\sigma 1}$ 、 $\mathbf{K}_{\sigma 2}$  的选取满足 Hurwitz 多项式。

设模糊逻辑系统为

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^N \theta_i \xi_i(\mathbf{x}_i) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) \quad (17)$$

$$\xi_i(\mathbf{x}_i) = \prod_{j=1}^N \mu_{F_j^i}(\mathbf{x}_j) / \left[ \sum_{i=1}^N \prod_{j=1}^N \mu_{F_j^i}(\mathbf{x}_j) \right] \quad (18)$$

式中,  $\boldsymbol{\theta}$  为可调参数;  $\xi_i(\mathbf{x}_i)$  为模糊基函数。

确定抑制水平  $\beta > 0$ , 且满足条件  $2\beta^2 \geq \lambda, P$  是满足下面黎卡提方程解的一个正定矩阵:

$$PA + A^T P + Q - 2\lambda^{-1} PBB^T P + \beta^{-2} PBB^T P = 0 \quad (19)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & -a_6 \end{bmatrix}$$

其中,  $a_i (i=1, 2, \cdots, 6)$  的选取使得矩阵  $A$  的特征根都在左半开平面内。

2.4 模糊自适应算法

定义参数向量  $\theta$  的最优参数为  $\theta^*$ , 则

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Omega} (\sup_{x \in U_c} |\hat{u}(x|\theta) - u^*(x|\theta)|)$$

式中,  $\Omega$  为适当的包含  $\theta$  的有界集;  $U_c$  为紧集,  $U_c \in \mathbf{R}^n$ 。

为了便于分析, 将控制量代入式(13)中, 得到误差方程形式如下:

$$\dot{e} = Ae + B\tilde{\theta}^T \xi(x) + Bu_\lambda + Bw \quad (20)$$

其中,  $\tilde{\theta}$  是参数估计误差,  $\tilde{\theta} = \theta^* - \theta$ , 参数向量  $\theta$  的自适应律为

$$\dot{\theta} = -\eta e^T PB \xi(x) \quad (21)$$

为了保证实施控制过程中参数向量  $\theta$  在指定的范围内, 利用投影算子对参数  $\theta$  向量的自适应律进行修正, 定义如下的有界闭集  $\Omega = \{\theta \mid \|\theta\|^2 \leq L\}$ ,  $\Omega_\epsilon = \{\theta \mid \|\theta\|^2 \leq L + \epsilon\}$ , 根据实际问题, 确定出设计参数  $L > 0$  和  $\epsilon > 0$ 。

取参数向量  $\theta$  的调节律为

$$\dot{\theta} = \begin{cases} -\eta e^T PB \xi(x) & \text{if } \theta \in \Omega \text{ or } \theta \in \Omega_\epsilon, \\ & \text{and } e^T PB \xi(x) \leq 0 \\ P_r(-\eta e^T PB \xi(x)) & \text{other} \end{cases} \quad (22)$$

式中,  $P_r(\cdot)$  为投影算子。

考虑式(3)的控制对象, 取控制律  $u_s$  为式(14), 则设计的控制方案保证如下的性能:

(1)  $q \in \Omega, x, e, u_s \in L_\infty, L_\infty$  为  $H_\infty$  跟踪性能下的一个指标。

(2) 对于给定的抑制水平  $\beta$ , 跟踪误差达到  $H_\infty$  跟踪性能指标。

证明 取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\eta} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta}$$

求  $V$  对时间的导数得

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} + \frac{1}{2\eta} \dot{\tilde{\theta}}^T \tilde{\theta} + \frac{1}{2\eta} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}$$

由于  $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta}$ , 根据式(20)得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} [e^T A^T P e + u_\lambda^T B^T P e + \tilde{\theta}^T \xi(x) B^T P e + \\ & w B^T P e + \frac{1}{\eta} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} + e^T P A e + e^T P B u_\lambda + \end{aligned}$$

$$e^T P B \tilde{\theta}^T \xi(x) + e^T P B w + \frac{1}{\eta} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}}]$$

由式(15)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} e^T (PA + A^T P - \frac{2}{\lambda} PBB^T P) e + \frac{1}{2} w B^T P e + \\ & \frac{1}{2} e^T P B w + \tilde{\theta}^T (e^T P B \xi(x) + \frac{1}{\eta} \dot{\tilde{\theta}}) \end{aligned}$$

根据黎卡提方程(式(19))及参数向量  $\theta$  的自适应律(式(21)), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{2} \rho^2 w^2 - \frac{1}{2} (\frac{1}{\rho} B^T P e - \rho w)^T \cdot \\ & (\frac{1}{\rho} B^T P e - \rho w) \leq -\frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{2} \rho^2 w^2 \quad (23) \end{aligned}$$

对式(23)从  $0 \sim X$  积分得

$$V(X) - V(0) \leq -\frac{1}{2} \int_0^X e^T Q e dt + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^X w^2 dt \quad (24)$$

由于  $V(X) \geq 0$ , 所以由式(24)得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^X e^T Q e dt & \leq V(0) + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^X w^2 dt = \\ & \frac{1}{2} e^T(0) P e(0) + \frac{1}{2\eta} \tilde{\theta}^T(0) \tilde{\theta}(0) + \frac{1}{2} \rho^2 \int_0^X w^2 dt \end{aligned}$$

即跟踪误差取得  $H_\infty$  控制性能指标。

3 仿真算例与分析

为验证上述控制算法的有效性, 对图 1 所示的柔性空间机械臂进行动力学数值模拟仿真。利用快变子控制器  $u_f$  和关节运动慢变子控制器  $u_s$  对系统进行仿真分析。选取系统惯性参数的真实值为  $m_0 = 200 \text{ kg}, m_1 = 2 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg}, l_0 = 1.5 \text{ m}, l_1 = l_2 = 3 \text{ m}, j_0 = 70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, j_1 = 1.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。仿真过程中柔性杆  $B_2$  单位长度的均匀质量密度取  $\rho = 1.0 \text{ kg/m}$ , 均匀弯曲刚度取  $EI = 20 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ 。同时, 控制器相关参数选取为  $\eta = 0.1, \lambda = 0.005, \beta = 0.05, Q_f = 10 \text{diag}(1, 1, 1, 1), R_s = 100 \text{diag}(1, 1, 1)$ 。

假定两柔性杆空间机械臂系统各连杆关节在关节空间的期望运动轨迹分别为

$$q_{0d} = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad q_{1d} = \frac{7\pi}{16} \text{ rad} \quad q_{2d} = \frac{3\pi}{8} \text{ rad}$$

且系统初始运动位置为

$$\begin{aligned} q_0(0) &= 1.68 \text{ rad} & q_1(0) &= 1.25 \text{ rad} \\ q_2(0) &= 1.25 \text{ rad} \end{aligned}$$

确定外部干扰为

$$u_d = 0.1(\sin 10t, -\cos 10t, \sin 10t)$$

系统的柔性杆  $B_2$  被视为 Euler - Bernoulli 悬臂梁, 其模态函数  $\varphi_i(x_2)$  取为

$$\begin{aligned} \varphi_i(x_2) &= (\cos(v_i x_2) - \cosh(v_i x_2)) + \\ & A_i (\sin(v_i x_2) - \sinh(v_i x_2)) \\ A_i &= -(\cos \gamma_i + \cosh \gamma_i) / (\sin \gamma_i + \sinh \gamma_i) \\ v_i &= \gamma_i / l_2 (i = 1, 2) \quad \gamma_1 = 1.8751 \quad \gamma_2 = 4.6941 \end{aligned}$$



模糊规则定义为:如果  $q_0$  是  $F_1^i$ 、 $q_1$  是  $F_2^i$ 、 $q_2$  是  $F_3^i$ , 则  $y_i$  是  $B^j$  ( $i=1,2,3$ )。选择如下形式的隶属度函数:

$$\begin{aligned}\mu_{F_1^1}(q_i) &= \exp(-(q_i + 1.25)^2/0.72) \\ \mu_{F_2^2}(q_i) &= \exp(-q_i^2/0.72) \\ \mu_{F_3^3}(q_i) &= \exp(-(q_i - 1.25)^2/0.72)\end{aligned}$$

利用本文所设计的自适应模糊鲁棒  $H_\infty$  控制算法对漂浮基柔性空间机械臂进行计算机模拟仿真运算。仿真结果如图 2 ~ 图 5 所示。图 2 是当  $K_{\sigma 1} = \text{diag}(6,6,6)$  和  $K_{\sigma 2} = \text{diag}(9.5,9.5,9.5)$  (条件 1) 时,空间机械臂载体姿态、关节角度跟踪误差图;图 3 是当  $K_{\sigma 1} = \text{diag}(12,12,12)$  和  $K_{\sigma 2} = \text{diag}(36,36,36)$  (条件 2) 时,空间机械臂载体姿态、关节角度跟踪误差图;图 4 为在开启(实线)和关闭(虚线)快变子系统情况下,柔性臂的一阶模态坐标对比图;图 5 为在开启(实线)和关闭(虚线)快变子系统情况下,柔性臂的二阶模态坐标对比图;仿真过程全部耗时  $t=30\text{ s}$ 。

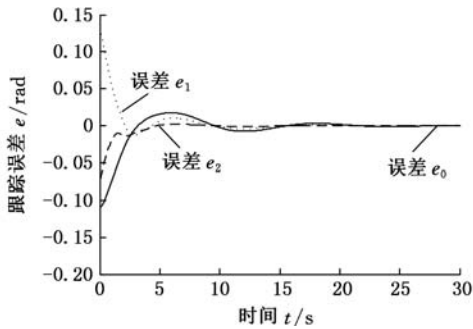


图 2 载体姿态、关节角度跟踪误差图(条件 1 下)

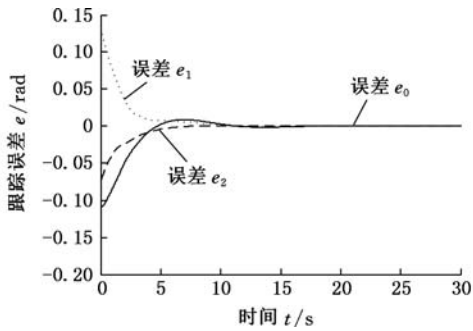


图 3 载体姿态、关节角度跟踪误差图(条件 2 下)

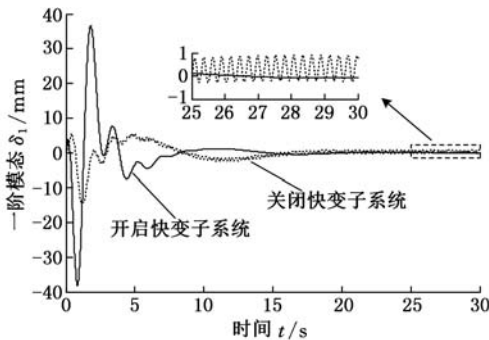


图 4 柔性杆的一阶模态

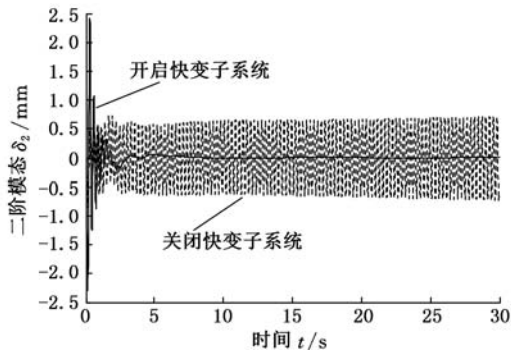


图 5 柔性杆的二阶模态

从图 2 可以看出,条件 1 下,空间机械臂载体姿态、机械臂关节角度跟踪误差在  $t=25\text{ s}$  时基本收敛到零;从图 3 可以看出,条件 2 下,空间机械臂载体姿态、机械臂关节角度跟踪误差在  $t=15\text{ s}$  时基本收敛到零。在收敛过程中控制器的控制增益系数对系统跟踪误差收敛速度有决定性影响;即可以通过调节控制增益系数  $K_{\sigma 1}$  和  $K_{\sigma 2}$  的大小来调整系统跟踪误差收敛速度的快慢。如通过增大  $K_{\sigma 1}$  和  $K_{\sigma 2}$  值,可以使得所设计控制算法的收敛速度加快、收敛时间缩短;反之亦然。虽然增大控制增益系数可以加快系统跟踪误差的收敛速度,然而也加大了关节电机的输出功率或力矩,有时会造成电机输出功率饱和反而影响控制效果;因此实际应用中会根据需要适当选择控制增益系数  $K_{\sigma 1}$  和  $K_{\sigma 2}$  的大小。

仿真结果表明,本文所设计的控制算法能够稳定地跟踪期望运动轨迹,系统的柔性振动得到了有效的抑制。通过开启与关闭快变子系统抑振控制的对比图可以看出,开启快变子系统抑振控制使得跟踪误差及柔性振动较快收敛到零。

#### 4 结语

本文讨论了考虑外部干扰,且载体位置不受控和姿态受控的情况下,漂浮基柔性空间机械臂关节运动的控制问题。利用积分流的思想建立奇异摄动模型,提出了由慢变子系统的自适应模糊鲁棒  $H_\infty$  控制和快变子系统的线性二次最优控制组成的复合控制器。仿真实验结果证实了本文所设计的自适应模糊鲁棒控制算法的有效性,并验证了所设计的控制算法能抑制不确定外部干扰给系统带来的影响,并能达到预期  $H_\infty$  跟踪性能。

#### 参考文献:

[1] 丁希仑,战强,解玉文. 自由漂浮的空间机器人系统的动力学奇异特性分析及其运动规划[J]. 航空学报, 2001, 5(5):474-477.

- gularity Analysis and Motion Planning of Free-floating Space Robot Systems[J]. Journal of Astronautics, 2001, 5(5):474-477.
- [2] 高海波, 郝峰, 邓宗全, 等. 空间机械臂收拢状态零重力模拟[J]. 机器人, 2011, 1 (1):9-15.  
Gao Haibo, Hao Feng, Deng Zongquan, et al. Zero-g Simulation of Space Manipulator in Furled Status [J]. Robot, 2011, 1 (1):9-15.
- [3] Efimova P, Shymanchuk D. Dynamic Model of Space Robot Manipulator[J]. Applied Mathematical Sciences, 2015, 9(94):4653-4659.
- [4] Nanas K. On the Use of Free-floating Space Robots in the Presence of Angular Momentum[J]. Intelligent Service Robotics, 2011, 4(1):3-15.
- [5] Vakil M, Fotouhi R, Nikiforuk P N. A New Method for Dynamic Modeling of Flexible-link Flexible-joint Manipulators [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2012, 134(1):14503-14513.
- [6] 梁捷, 陈力. 柔性空间机械臂的双环积分滑模控制[J]. 中国机械工程, 2011, 22(16):1906-1912.  
Liang Jie, Chen Li. Dual-loop Integral Sliding Mode Control for Flexible Space Manipulator [J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(16):1906-1912.
- [7] 刘宏, 蒋再男, 刘业超. 空间机械臂技术发展综述[J]. 载人航天, 2015, 21(5):435-443.  
Liu Hong, Jiang Zainan, Liu Yechao. Review of Space Manipulator Technology [J]. Manned Space-flight, 2015, 21(5):435-443.
- [8] Kumar A, Pathak P, Sukavanam N. Reduced Model Based Control of Two Link Flexible Space Robot [J]. Intelligent Control and Automation, 2011, 2 (2):112-120.
- [9] Sabatini M, Gasbarri P, Monti R, et al. Vibration Control of a Flexible Space Manipulator during on Orbit Operations [J]. Acta Astronautica, 2012, 73 (2):109-121.
- [10] 张丽娇, 陈力. 漂浮基柔性臂空间机器人输出力矩受限的自适应 PID 输出反馈[C]//第三届载人航天学术大会论文集. 成都, 2014:1030-1037.
- [11] 梁斌, 徐文福, 李成, 等. 地球静止轨道在轨服务技术研究现状与发展趋势[J]. 宇航学报, 2010, 31(1):1-13.  
Liang Bin, Xu Wenfu, Li Cheng, et al. The Status and Prospect of Orbital Servicing in the Geostationary Orbit [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(1):1-13.
- [12] 魏承, 赵阳, 田浩. 空间机器人捕获漂浮目标的抓取控制[J]. 航空学报, 2010, 31(3):632-637.  
Wei Cheng, Zhao Yang, Tian Hao. Grasping Control of Space Robot for Capturing Floating Target [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(3):632-637.
- [13] 王明, 黄攀峰, 刘正雄, 等. 自由漂浮空间机器人最小基座反作用轨迹规划[J]. 宇航学报, 2011, 32(10):2152-2157.  
Wang Ming, Huang Panfeng, Liu Zhengxiong, et al. Trajectory Planning for Minimizing Base Reaction of Free-floating Space Robot [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(10):2152-2157.
- [14] Pereira E, Aphale S S, Feliu V. Integral Resonant Control for Vibration Damping and Precise Tip-positioning of a Single-link Flexible Manipulator [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16(2):232-240.
- [15] Delavari H, Lanusse P, Sabatier J. Fractional Order Controller Design for a Flexible Link Manipulator Robot [J]. Asian Journal of Control, 2013, 15 (3):783-795.
- [16] Tong Shaocheng, Li Hanxiong. Fuzzy Adaptive Sliding-mode Control for MIMO Nonlinear Systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2003, 11(3):354-360.
- [17] Kofigar H R. Adaptive Tracking with External Force Disturbance Rejection for Uncertain Robotic Systems [J]. International Journal of Control Automation and Systems, 2014, 12(1):169-176.
- [18] Send K, Murotsu Y. Methodology for Control of a Space Robot with Flexible Links [J]. IEEE Proceedings—Control Theory and Applications, 2000, 147(6):562-568.
- [19] Alessandro D L, Bruno S. Closed-form Dynamic Model of Planar Multilink Lightweight Robot [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1991, 21(4):826-839.

(编辑 王艳丽)

作者简介: 张丽娇, 女, 1989 年生. 福州大学机械工程及自动化学院博士研究生. 主要研究方向为空间机器人动力学建模与控制. 陈力, 男, 1961 年生. 福州大学机械工程及自动化学院教授、博士研究生导师.