

# 气压砂轮光整加工的振动分析及预测

蔡东海 计时鸣 张鹤腾 金明生

浙江工业大学特种装备制造与先进加工技术教育部/浙江省重点实验室,杭州,310032

**摘要:**为了有效抑制气压砂轮光整加工过程中的振动问题,对气压砂轮的加工过程进行了振动分析和预测。采用 D-H 法对六自由度机器人进行了运动学建模,求解了任意姿态下机器人各关节转角,获得了机器人的刚度矩阵,在气压砂轮受力分析基础上求解了气压砂轮位移,对比气压砂轮位移和振动测试结果,建立了振动预测模型。该模型为规避刚度过低的加工姿态提供了理论依据。

**关键词:**气压砂轮;机器人刚度;位移;振动预测

**中图分类号:** TG580.692

**DOI:** 10.3969/j.issn.1004-132X.2015.22.016

## Vibration Analysis and Prediction of Pneumatic Wheel in Finishing Process

Cai Donghai Ji Shiming Zhang Heteng Jin Mingsheng

Key Laboratory of E&M, Ministry of Education & Zhejiang Province,

Zhejiang University of Technology, Hangzhou, 310032

**Abstract:** In order to suppress the vibration of pneumatic wheel, the research of vibration analysis and prediction was done. Kinematic model of the robot of 6-DOFs was conducted using D-H method, the rotation angle of each joint of any given posture and the overall stiffness matrix of the robot were obtained, The displacement of the pneumatic wheel was obtained, based on the analyses of the forces. The comparison was made between the displacement and the experimental result and the vibration prediction model expression was established. The model is helpful for posture optimization.

**Key words:** pneumatic wheel; robot stiffness; displacement; vibration prediction

## 0 引言

为解决高硬度、高耐磨性自由曲面的高效精密光整加工难题,笔者所在课题组提出了一种基于软固结磨粒气压砂轮的光整加工新方法<sup>[1-3]</sup>。该方法是对气囊抛光方法<sup>[4-9]</sup>的一种改进方法,将游离的磨粒固结在气囊橡胶基体表面,即成为气压砂轮。本课题组采用六自由度工业机器人控制气压砂轮的光整性。在实际加工过程中发现,气压砂轮存在着明显的振动,且振动强度随气压砂轮姿态的变化而变化,其振动强度直接影响光整质量和光整效率。

本文视气压砂轮为理想模型,从机器人刚度出发,对气压砂轮在加工过程中的振动位移进行了理论分析和实验研究,建立了气压砂轮加工的振动预测模型。该模型为有效规避刚度过低的加工姿态提供了理论依据。

## 1 气压砂轮及其光整加工

软固结磨粒气压砂轮结构见图 1,其中气压

砂轮是一个由橡胶基体构成的空心半球,半球表面通过高分子黏结剂软固结一层有一定厚度的磨粒,其表面的柔性可以通过空心半球内部气压在线控制。软固结磨粒气压砂轮上的磨粒比刚性支撑的磨粒具有更高的仿形接触能力,比游离态的磨粒具有更高的切削效率,该方法为高硬度、高耐磨性自由曲面的高效精密光整提供了一种可行方案。

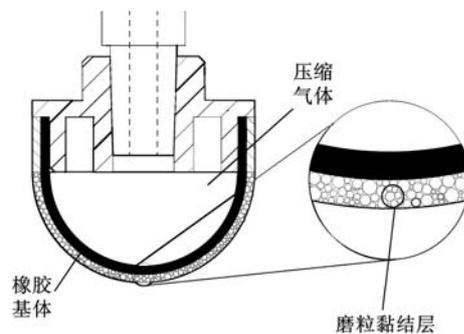


图 1 气压砂轮结构示意图

气压砂轮固定在 MOTOMAN-HP20 六自由度机器人末端,其光整加工方式如图 2 所示,其中,  $P$  为砂轮中心旋转轴向量,  $N$  为砂轮与工件接触区的法线,  $\theta$  为倾斜角,  $O_1P_1$  是  $P$  在工件表面的投影,  $x$  轴正向为砂轮进给方向。工作时,砂轮旋转轴  $P$  以角速度  $\omega_1$  自转的同时绕着法线  $N$  以另

收稿日期:2015-03-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175471);浙江省科技厅创新团队项目(2011R50011-07);浙江省科技厅公益性技术应用研究计划资助项目(2015C31060);浙江省教育厅科研项目(Y201225547)

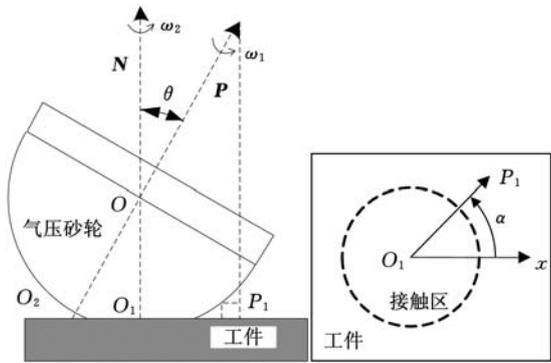
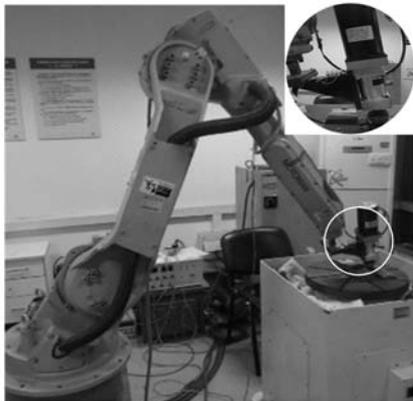


图2 气压砂轮工作方式

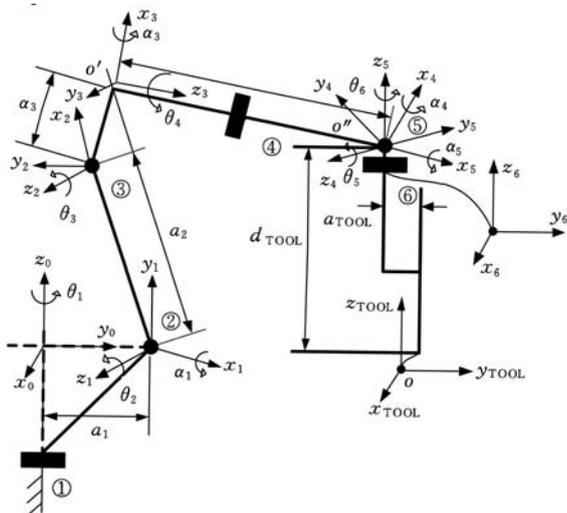
一个角速度  $\omega_2$  公转。

## 2 机器人姿态计算

采用 D-H 法<sup>[10-11]</sup>对机器人建模,各关节及其参考坐标系如图 3 所示。



(a) MOTOMAN-HP20 机器人



(b) 机器人各关节及其参考坐标系

图3 机器人及其模型图

图 3 中机器人总变换矩阵

$$T = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & p_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & p_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 & p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -C_6(S_{23}C_1S_5 - C_5S_1S_4 - C_1C_2C_3C_4C_5 + C_1C_4C_5S_2S_3) - \\ &S_6C_4S_1 - C_1C_2C_3S_4 + C_1S_2S_3S_4 \\ x_2 &= S_6 - C_6C_1C_5S_4 + C_2S_1S_3S_5 + \\ &C_3S_1S_2S_5 - C_2C_3C_4C_5S_1 + C_4C_5S_1S_2S_3 \\ x_3 &= C_{23}C_6S_5 + S_{23}S_1S_5 + S_{23}C_4C_5C_6 \\ y_1 &= S_6(S_{23}C_1S_5 - C_5S_1S_4 - C_1C_2C_3C_4C_5 + C_1C_4C_5S_2S_3) - \\ &C_6(C_4S_1 - C_1C_2C_3S_4 + C_1S_2S_3S_4) \\ y_2 &= S_6(C_1C_5S_4 + C_2S_1S_3S_5 + C_3S_1S_2S_5 - C_2C_3C_4C_5S_1 + \\ &C_4C_5S_1S_2S_3) + C_6(C_1C_4 + C_2C_3S_1S_4 - S_1S_2S_3S_4) \\ y_3 &= S_{23}C_6S_4 - C_{23}S_5S_6 - S_{23}C_4C_5S_6 \\ z_1 &= C_1C_4S_2S_3S_5 - S_1S_4S_5 - C_1C_2C_3C_4S_5 - S_{23}C_1C_5 \\ z_2 &= C_1S_1S_5 - S_{23}C_5S_1 - C_2C_3C_4S_1S_5 + C_4S_1S_2S_3S_5 \\ z_3 &= C_{23}C_5 - S_{23}C_4S_5 \\ p_1 &= C_1(a_1 + a_3C_{23} + d_4S_{23} + a_2C_2) \\ p_2 &= S_1(a_1 + a_3C_{23} + d_4S_{23} + a_2C_2) \\ p_3 &= a_3S_{23} - d_4C_{23} + a_2S_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中,  $\theta$  为各轴的转角,  $d_4$  为坐标轴  $o'x_3y_3z_3$  与坐标轴  $o''x_4y_4z_4$  的轴向距离,  $\cos\theta_i$  简写为  $C_i$ ,  $\sin\theta_i$  简写为  $S_i$ ,  $\sin\theta_i\cos\theta_j + \cos\theta_i\sin\theta_j$  简写为  $S_{ij}$ ,  $\cos\theta_i\cos\theta_j - \sin\theta_i\sin\theta_j$  简写为  $C_{ij}$ 。气压砂轮作为光整工具加工模具表面,而模具表面的三维坐标为确定值,即  $(x_6, y_6, z_6)$  确定,故  $T$  确定,根据机器人运动学逆解求得  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6$ , 并以  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6$  为基础绘制机器人各连杆空间位置,与实际机器人的姿态相吻合,如图 4 所示。

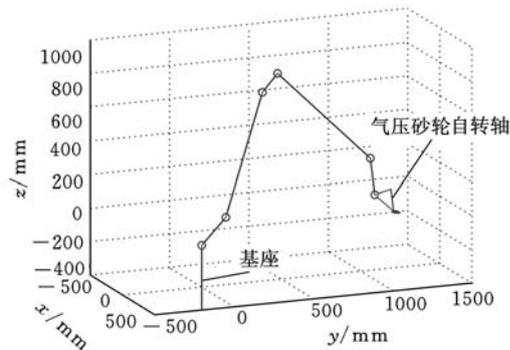


图4 机器人姿态验证

## 3 机器人整体刚度矩阵及气压砂轮位移

将机器人简化为连杆机构,如图 5 所示。机器人被划分为 7 个梁单元(A, B, C, G); 8 个节点(1, 2, ..., 8); 节点 8 上受到抛光时的反力作用,即受接触面法向力  $F_n$  和切削速度方向的切削力  $F_v$  的反作用。

忽略剪切变形,每个梁单元的刚度方程为

$$F^{(e)} = k^{(e)} \times \delta^{(e)} \quad (3)$$

$$k^{(e)} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (4)$$

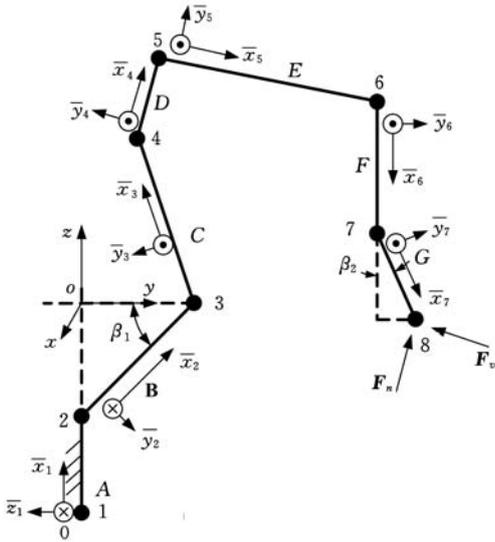


图 5 机器人简化机构图及受力示意图

$$A = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & & & & & \\ & \frac{12EI_z}{l^3} & & & & \\ & & \frac{12EI_y}{l^3} & & & \\ & & & \frac{GJ}{l} & & \\ & & & & \frac{4EI_y}{l} & \\ & & -\frac{6EI_y}{l^2} & & & \\ & \frac{6EI_z}{l^2} & & & & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix}$$

$B = 0$

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{l} & & & & & \\ & \frac{12EI_z}{l^3} & & & & \\ & & \frac{12EI_y}{l^3} & & & \\ & & & \frac{GJ}{l} & & \\ & & & & \frac{4EI_y}{l} & \\ & & -\frac{6EI_y}{l^2} & & & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix}$$

式中,  $k^{(e)}$  为单元刚度矩阵;  $\delta^{(e)}$  为单元位移向量;  $E$  为弹性模量;  $A$  为截面面积;  $I$  为截面惯性矩;  $l$  为梁的长度;  $G$  为剪切模量;  $J$  为扭转惯性矩。

将梁单元的局部坐标系  $\bar{ox}\bar{y}\bar{z}$  转换为整体坐

标系  $oxyz$ , 整理得整体坐标系下的单元刚度矩阵:

$$k^{(e)} = K_R^T \times k^{(e)} \times K_R \quad (5)$$

$$K_R = \begin{bmatrix} \lambda_R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_R \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\lambda_R = \begin{bmatrix} \cos(\bar{x}, x) & \cos(\bar{x}, y) & \cos(\bar{x}, z) \\ \cos(\bar{y}, x) & \cos(\bar{y}, y) & \cos(\bar{y}, z) \\ \cos(\bar{z}, x) & \cos(\bar{z}, y) & \cos(\bar{z}, z) \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $K_R$  为单元的坐标转换矩阵;  $(\bar{x}, x)$ 、 $(\bar{x}, y)$  和  $(\bar{x}, z)$  分别表示坐标系  $\bar{ox}\bar{y}\bar{z}$  的  $\bar{x}$  轴与坐标系  $oxyz$  的  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴的夹角。代入机器人运动学逆解所得的各轴转角  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6$ , 求得各单元的刚度矩阵  $k^{(e)}$ , 分别为  $k_N^{(e)}$  ( $N=A, B, \dots, G$ )。

按直接刚度法累加单元刚度矩阵  $k_N^{(e)}$  ( $N=A, B, \dots, G$ ), 得到整体刚度矩阵  $K$ , 即得到整体刚度方程  $F = K \times \delta$ 。

图 5 中每个节点都有 6 个方向的位移, 即 3 个线位移和 3 个角位移, 除节点 1 固定外, 每个节点的位移总码  $\eta_i$  ( $i=2 \sim 8$ ) 由 6 个元素组成, 前 3 个表示线位移, 后 3 个表示角位移, 于是共有 42 个独立的位移, 故刚度矩阵  $K$  为  $42 \times 42$  维的方阵。由于整体刚度矩阵引入了支撑(图 5 中节点 1 完全固定), 所以矩阵  $K$  可逆, 于是得到由力向量求未知位移向量的方程:

$$\delta = K^{-1} \times F$$

只有节点 8 上有外载荷  $F_n$  和  $F_v$  作用, 其他节点不受外力作用, 而我们感兴趣的也只是节点 8 的位移, 故

$$\left. \begin{aligned} F &= [0_{1 \times 36} \quad F_{8x} \quad F_{8y} \quad F_{8z} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\ \delta &= [e_{1 \times 36} \quad \delta_{8x} \quad \delta_{8y} \quad \delta_{8z} \quad \varphi_{8x} \quad \varphi_{8y} \quad \varphi_{8z}]^T \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中,  $e_{1 \times 36}$  表示列向量前 36 行可为任意值,  $F_{8x}$ 、 $F_{8y}$ 、 $F_{8z}$ 、 $\delta_{8x}$ 、 $\delta_{8y}$ 、 $\delta_{8z}$ 、 $\varphi_{8x}$ 、 $\varphi_{8y}$ 、 $\varphi_{8z}$  分别表示节点 8 受到的外载荷及 3 个线位移和 3 个角位移。

简化方程得气压砂轮位移:

$$\delta(37:42, 1) = K^{-1}(37:42, 37:39) \times F(37:39, 1) \quad (9)$$

#### 4 气压砂轮计算振幅与振动测试结果的比较

气压砂轮在抛光过程中主要受到两个正交力的作用: 接触面法向方向的下压力  $F_n$  和切削速度反方向的切削力  $F_v$ , 如图 6 所示。图 6 中气压砂轮与工件的接触面半径为  $r$ , 向量  $N$  是接触面中心  $O_1$  点的单位外法向量,  $O$  是气压砂轮的球心, 向量  $OP$  向量是气压砂轮自转轴。

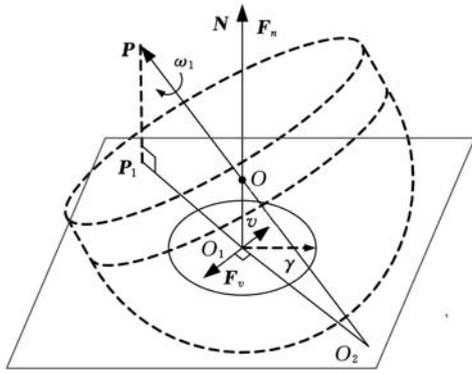


图6 气压砂轮加工受力示意图

当砂轮内部气压一定时,图6中  $F_n$  大小  $|F_n|$  由气压砂轮下压量确定<sup>[12]</sup>:

$$|F_n| = \int_0^{2\pi} \int_0^r k_1(a_1 \cos(\psi_1 \rho) + b_1 \rho^2 + c_1) \rho d\rho d\theta \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= -17.5176h + 8.4235 \\ b_1 &= -0.13^{(h-2.02)} - 2.07 \\ c_1 &= -476095h + 166.4508 \\ \psi_1 &= -1.16h + 2.9967 \\ k_1 &= 0.33189h^2 - 0.4175h + 0.79672 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中,  $h$  为气压砂轮下压量。切削力  $|F_v| = \mu |F_n|$ ,  $\mu$  为工件于气压砂轮之间的摩擦因数,故  $|F_n|$  和  $|F_v|$  与气压砂轮下压量  $h$  有关。

由  $[F_{8x} \ F_{8y} \ F_{8z}]^T = F_n + F_v$  得

$$\begin{bmatrix} \delta_{8x} \\ \delta_{8y} \\ \delta_{8z} \\ \varphi_{8x} \\ \varphi_{8y} \\ \varphi_{8z} \end{bmatrix} = \mathbf{K}^{-1} (37 : 42, 37 : 39) \times \begin{bmatrix} F_{8x} \\ F_{8y} \\ F_{8z} \end{bmatrix} \quad (12)$$

将图5中节点8的6个位移值中前3个线位移求矢量,并取模,有

$$\delta_{sum} = \sqrt{\delta_{8x}^2 + \delta_{8y}^2 + \delta_{8z}^2} \quad (13)$$

其中,  $\delta_{sum}$  为节点8在抛光反力作用下气压砂轮抛光工具末端在空间中的位移,位移越大,振幅越大,说明加工过程的振动越剧烈。

为验证  $\delta_{sum}$  与振动强度之间的关系,设计实施了抛光振动测试实验,如图7所示,气压砂轮按

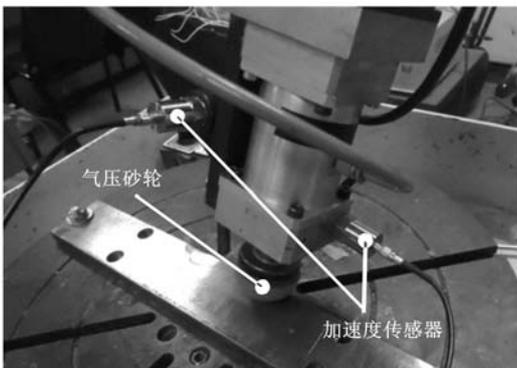


图7 振动测试实验

一定姿态进行抛光,使用加速度传感器采集整个过程的振动信号。

图7中实验参数如表1所示,采用的振动信号采集装置如表2所示。

表1 主要试验参数

电机转速 $n$ (r/min)	公转角速度 $\omega_2$ (rad/s)	进给速度 $v$ (mm/s)	倾角 $\theta$ (rad)	下压量 $h$ (mm)
1300	$\pi/10$	1	$\pi/9$	2

表2 传感器相关参数

传感器类型	型号	安装位置	频率范围(Hz)	信号调理器
ICP加速度传感器	AD100T	$x, y, z$ 轴方向	0.3~ $0.15 \times 10^4$	XK-343L

以实验测得的振动信号标准差作为加工过程中的振动强度的指标:

$$\sigma(t) = \sqrt{\sigma_x(t)^2 + \sigma_y(t)^2 + \sigma_z(t)^2} \quad (14)$$

$$\sigma_x(i) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (A_j^{(i)} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n A_k^{(i)})^2} \quad s = x, y, z \quad (15)$$

$$t = \frac{ni}{f} \quad (16)$$

式中,  $n$  为一次采样的采样数;  $f$  为采样频率;  $i$  为采样次数;  $A_j^{(i)}$  为第  $i$  次采样的第  $j$  个样本。

图8表示的是振动信号标准差与节点8的位移  $\delta_{sum}$  对比。从图中可以看出,节点位移  $\delta_{sum}$  和振动信号标准差呈周期性的变化,且两者的变化趋势一致。表明两者存在一定的函数关系。

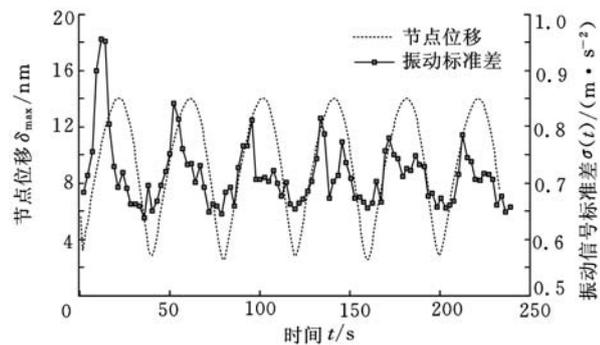


图8 节点8的位移和振动信号标准差对比图

由图8可以发现,机器人振动强度周期性变化是由进动抛光中姿态周期性变化引起的,每个周期的最大振动强度随着时间的延长而减小,最终达到一个稳定值;同时,计算节点位移的每个周期基本相同,没有减小的趋势。通过凑配指数函数系数,得到振动预测模型:

$$\sigma_{exp}(t) = 1.3 \times 10^4 (e^{-0.01t} + 1) \delta_{sum}(t) + 0.6 \quad (17)$$

其中,  $\sigma_{exp}(t)$  为  $t$  时刻由节点位移  $\delta_{sum}(t)$  计算得

到的振动信号标准差的预测值,如图9所示。该模型能有效预测气压砂轮加工过程中的振动趋势,从而有效避免刚度过低的加工姿态,起到抑制振动作用。

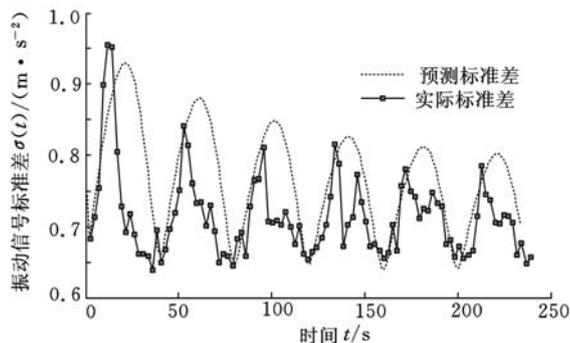


图9 振动信号标准差的预测值与实际值对比

## 5 结论

(1) 建立了机器人的整体刚度矩阵,给出了机器人姿态求解算法,确定了任意时刻机器人的各轴转角。

(2) 分析了气压砂轮加工受力方式,给出了气压砂轮位移计算的简化方法,确定了任意时刻气压砂轮的静态位移。

(3) 建立了振动预测模型,该模型能有效预测气压砂轮加工过程中的振动趋势,为规避刚度过低的加工姿态提供了理论依据。

### 参考文献:

- [1] 许亚敏. 软固结磨粒气压砂轮的光整加工技术及实验研究[D]. 杭州:浙江工业大学,2011.
- [2] 计时鸣,许亚敏,金明生,等. 软固结磨粒气压砂轮的力学分析[J]. 中国机械工程,2012,23(19):2366-2372.
- Ji Shiming, Xu Yamin, Jin Mingsheng, et al. Mechanical Analysis of Pressure Grinding Wheel with Soft Abrasive Consolidation[J]. China Mechanical Engineering,2012,23(19):2366-2372.
- [3] 张鹤腾. 气压砂轮光整加工振动稳定性研究[D]. 杭州:浙江工业大学,2013.
- [4] Walker D D, Brooks D, King A, et al. The Precessions' Tooling for Polishing and Figuring Flat, Spherical and Aspheric Surfaces [J]. Optics Express,2003,11(8):958-964.
- [5] Walker D D, Brooks D, Freeman R, et al. New Developments in the Precessions Process for Manufacturing Freeform, Large-optical, and Precision Mechanical Surfaces[J]. SPIE,2005,6148:51-60.

- [6] 高波,谢大纲,姚英学,等. 气囊式工具抛光新技术[J]. 光学技术,2004,30(3):333-335.
- Gao Bo, Xie Dagang, Yao Yingxue, et al. New Technology of Ballonet Tool for Polishing[J]. Optical Technique,2004,30(3):333-335.
- [7] 宋剑锋,姚英学,谢大纲,等. 超精密气囊工具抛光方法的研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2007,35(增刊1):104-107.
- Song Jianfeng, Yao Yingxue, Xie Dagang, et al. Study on Ultra-precision Bonnet Tool Polishing Method[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science), 2007, 35(S1):104-107.
- [8] 计时鸣,金明生,张宪,等. 应用于模具自由曲面的新型气囊抛光技术[J]. 机械工程学报,2007,43(8):2-6.
- Ji Shiming, Jin Mingsheng, Zhang Xian, et al. Novel Gasbag Polishing Technique for Free-form Mold [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007,43(8):2-6.
- [9] 金明生,计时鸣,张利,等. 连续进口气囊抛光行间距优化及实验研究[J]. 中国机械工程,2013,24(7):861-865.
- Jin Mingsheng, Ji Shiming, Zhang Li, et al. Line Spacing Optimization and Experimental Research of Gasbag Polishing with Continuous Precession [J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(7):861-865.
- [10] Denavit J, Hartenberg R S. A Kinematic Notation for Lower-pair Mechanisms Based on Matrices[J]. Journal of Applied Mechanics,1955,22:215-221.
- [11] 郭发勇,梅涛,赵江海. D-H法建立连杆坐标系存在的问题及改进[J]. 中国机械工程,2014,25(20):2710-2714.
- Guo Fayong, Mei Tao, Zhao Jianghai. Problems and Improvement of D-H Method for Establishing Connecting Rod Coordinate System[J]. China Mechanical Engineering, 2014,25(20):2710-2714.
- [12] 金明生. 模具自由曲面气囊抛光机理及工艺研究[D]. 杭州:浙江工业大学,2009.

(编辑 王艳丽)

作者简介:蔡东海,男,1982年生。浙江工业大学机械工程学院助理研究员。主要研究方向为超精密加工。计时鸣,男,1957年生。浙江工业大学机械工程学院教授、博士研究生导师。张鹤腾,男,1987年生。浙江工业大学机械工程学院硕士研究生。金明生,男,1982年生。浙江工业大学机械工程学院副教授。