

高频响测力仪固有频率的理论分析与试验

黄震赵威
南京航空航天大学,南京,210016

摘要:针对现有测力仪固有频率较低而无法准确测量高转速下铣削力的难题,基于附加弹性测力原理设计了高频响测力仪,测力系统的固有频率达到 9 kHz 以上,运用邓克萊法建立了测力仪的简化模型,推导出固有频率的解析式;进行了有限元仿真与模态试验,获得了测力仪固有频率的仿真值、实测值以及振型;最后进行了高转速铣削力验证试验。研究表明,该测力仪固有频率的解析值和仿真值略大于实测值,但三者较为接近,测力仪关键结构尺寸与其固有频率密切相关,利用简化模型和有限元法进行高频响测力仪的结构优化设计合理可行,为同类测力仪的结构优化设计提供了参考依据。

关键词:高频响测力仪;固有频率;有限元仿真;模态试验

中图分类号:TG501.3 **DOI:**10.3969/j.issn.1004-132X.2015.01.002

Theoretical Calculation and Experimental Analyses of Natural Frequency for High Frequency Dynamometer Huang Zhen Zhao Wei

Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016

Abstract: Concerning the low natural frequency of dynamometers for high speed cutting to acquire forces signals, a initial model of high frequency dynamometer was designed and its natural frequency can be as 9 kHz. Based on the method of Dunkerley, a simplified model of the dynamometer was built to achieve the theoretical natural frequency and the computational formula. Meanwhile, the simulation values and actual values of the natural frequency were obtained by modal analysis with the use of the finite element simulation and vibration modal test, and the high speed cutting test was conducted for the validation. The results indicate that theoretical values and simulation values are a little greater than the actual values, and the dimensions of key structure have an great impact on the natural frequency, which provide a necessary reference for the structure optimization of similar dynamometers.

Key words: high frequency dynamometer; natural frequency; finite simulation; modal test

0 引言

切削力是切削过程中重要的物理量之一,切削力对刀具磨损、切削温度、加工表面质量、系统振动等都有着直接的影响^[1]。切削力信号的准确获取,对研究切削机理、加工工艺系统动态特性以及切削性能评价等至关重要。然而,在高转速、超高转速铣削加工过程中,工件受刀具多个切削刃周期性冲击、刀具磨损、材料变形以及切屑生成等因素的综合作用^[2],给切削力信号的准确测量带来了极大的困难。

目前切削力信号的主要获取方式是使用测力仪,常见的测力仪有电阻应变式测力仪^[3-5]、压电式测力仪^[6-7]、电感式测力仪^[8]等,其中高转速下

铣削力的测量一般采用高精度、高灵敏度以及大量程的商用压电式测力仪。然而,高速铣削时要求铣削力监测系统具有很高的分辨率和固有频率,从而精确地捕捉铣削力峰值,获得可靠的测量结果^[9]。目前绝大部分测力仪的固有频率在 1~5 kHz 之间,且在安装刀具或工件后,测力仪的固有频率会进一步降低。

为了满足高转速、超高转速时的测力需求,本文基于附加弹性元件测力原理设计了应变式高频响测力仪,对其主要结构参数进行了优化,设计的高频响测力仪能够准确获取高转速、超高转速下铣削力信号。

1 测力仪主体结构 with 基本测力原理

图 1 所示为基于附加弹性元件测力原理^[10]创新设计的高频响测力仪的主体结构,材料为铝

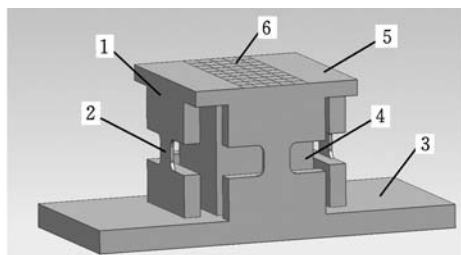
收稿日期:2013-09-25

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2009CB724401)

[15] Tam C K W, Jay C, Zhong D. A Study of the Short Wave Components in Computational Acoustics [J]. Journal of Computational Acoustics, 1993, 1(1): 1-30. (编辑 陈勇)

作者简介:伍新,男,1976 年生。湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室博士研究生,湖南工程学院机械工程学院讲师。主要研究方向为计算声学、振动与噪声控制。陈志夫,男,1986 年生。广州汽车集团股份有限公司汽车工程研究院工程师。尹汉锋,男,1982 年生。湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室讲师、博士。

合金 Al-6061。其中,高刚度弹性柱体位于底座和上表面平台中间,每个附加弹性元件由 2 个中刚度弹性元件和 1 个低刚度弹性薄片组成,而 4 个附加弹性元件分别位于高刚度弹性柱体的四周^[11]。高转速、超高转速铣削时,切削用量相对较小,同时由于测力仪自身尺寸的限制,试件的尺寸不宜过大。对于高频响测力仪,测试样件尺寸最好控制在 $20\text{ mm} \times 20\text{ mm} \times 4\text{ mm}$ 范围内,主要采用粘贴方式(图 1 中试样粘贴区域),由有限元仿真可知测力仪系统固有频率基本维持在 10 kHz 以上。若加工试件尺寸较大,可采用螺钉连接的方式,即在测力仪上表面四角加工 M6 对接内螺纹,但加工试件尺寸必须小于 $48\text{ mm} \times 48\text{ mm} \times 10\text{ mm}$,否则测力仪与试件的整体固有频率会低于 8.5 kHz ,并且随着高度的增加,固有频率会有显著的降低。



1. 中刚度弹性柱体 2. 低刚度弹性薄片 3. 底座
4. 高刚度弹性柱体 5. 上表面平台 6. 试样粘贴区域

图 1 测力仪的三维结构图

该测力仪主要针对扁长型的小型零部件,可测量其在高转速、超高转速铣削加工条件下的切削力,待加工材料主要采用胶水粘接的方式,试验表明,当材料粘接到测力仪上后,测力仪的固有频率不仅没有降低反而有所提高;若加工试件体积较大,可在测力仪上表面 4 个边角设计直径为 6 mm 的螺纹孔,采用螺栓连接的方式进行连接,同时材料的高度不能超过 20 mm ,且材料不能超过测力仪上表面,以保证测力精度。根据附加弹性元件测力原理,当测力仪上表面受力时,低刚度弹性薄片能够获取放大倍数明显的应变值,故将电阻应变片分别贴在低刚度弹性薄片表面,然后通过适当的电桥电路、应变放大仪以及 NI 数据采集卡获得电压信号,最后通过 LabVIEW 软件将电压信号转换为力信号,由此搭建一个完整的测力系统。

2 测力仪主体结构固有频率的理论计算

2.1 测力仪主体结构固有频率的计算

根据测力仪的实体结构,将测力仪简化成图 2 所示的模型,其中, m_4 为上平台的质量, m_5 为

底座的质量, k_1 、 k_2 、 k_3 分别为中刚度弹性薄片、低刚度弹性薄片、高刚度弹性柱体的刚度。根据振动系统求解固有频率近似方法中的邓柯莱法,若有 n 个耦合的自由度,则固有频率的近似公式为

$$\omega^{-2} = \omega_{11}^{-2} + \omega_{22}^{-2} + \cdots + \omega_{nn}^{-2} \quad (1)$$

其中,每一个频率 ω_i ($i=1,2,\cdots,n$) 是在略去系统中除各结构质量 m_i 以外的所有质量之后计算得到的^[12]。

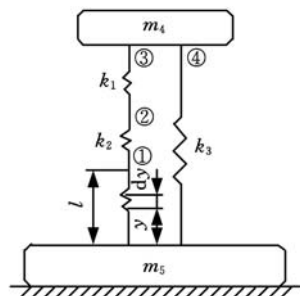


图 2 测力仪的简化模型

对于该测力仪简化模型,可将其分为 3 个部分,其中 ω_1 表示忽略上表面平台以及底座质量时整个测力仪平台振动的圆频率, ω_4 、 ω_5 分别表示只考虑上表面平台和底座时整个测力仪平台振动的圆频率。由式(1)可知,整个测力仪自由振动时的圆频率为

$$\omega = \sqrt{1/(\omega_1^{-2} + \omega_4^{-2} + \omega_5^{-2})} \quad (2)$$

由振动理论可知, $\omega = \sqrt{K/m}$, 其中 K 为刚度, m 为质量。在只考虑上表面平台质量的情况下,对于整个测力仪,有

$$K = 1/(2/k_1 + 1/k_2) + k_3 \quad (3)$$

所以上表面平台的振动圆频率为

$$\omega_4 = \sqrt{[(2/k_1 + 1/k_2)^{-1} + k_3]/m_4} \quad (4)$$

在忽略上表面平台以及底座质量的情况下,由于结构的复杂性和关联性,应用能量守恒定律对测力仪平台的自由振动进行研究。假设振动系统振动时的运动方程为

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

式中, x 为距离; A 为振幅; φ 为相位。

则振动系统振动时最大动能和最大势能分别为

$$T_{\max} = m_{\text{eq}} \dot{q}_{\max}^2 / 2 = m_{\text{eq}} \epsilon_0^2 A^2 / 2 \quad (6)$$

$$U_{\max} = k_{\text{eq}} q_{\max}^2 / 2 = k_{\text{eq}} A^2 / 2 \quad (7)$$

式中, m_{eq} 为平均质量; k_{eq} 为刚度平均值; q_{\max} 为速度的平方; ϵ_0 为角加速度。

由能量守恒定律可知

$$m_{\text{eq}} \epsilon_0^2 A^2 / 2 = k_{\text{eq}} A^2 / 2 \quad (8)$$

对于该测力仪平台,在忽略上表面平台以及底座质量的情况下,假设点 1 位移 $x_1 = l$, 则点 2、点 3、点 4 的位移分别为 $l + lk_1/k_2$ 、 $2l + lk_1/k_2$ 、 $2l + lk_1/k_2$ 。假定弹簧各截面的位移与其离固定

端的距离成正比,即与其静态变形情况相同。当质体 m 在任一瞬时的速度为 \dot{x} 时,弹簧上在 y 处的微段 dy 的相应速度为 $y\dot{x}/l$ 。设弹簧单位长度的质量为 ρ ,弹簧微段 dy 的质量为 ρdy ,则弹簧微段 dy 的动能 $dT=\rho dy(y\dot{x}/l)^2/2$,所以整个弹簧的动能 $T=\int_0^l \frac{1}{2}\rho dy(y\dot{x}/l)^2=\rho l\dot{x}^2/6$ 。取 $m_1=\rho l$,则对于靠近固定端的中刚度弹性元件,其最大动能 $T_{1\max}=m_1\dot{x}_{\max}^2/6$,其中, x_{\max} 为最大距离。同理,可以分别求出低刚度弹性薄片、远离固定端的中刚度弹性厚片以及高刚度弹性柱体的最大动能 $T_{2\max}$ 、 $T_{3\max}$ 、 $T_{4\max}$ 。

整个测力仪自由振动时最大动能和最大势能分别为

$$T_{\text{tmax}} = T_{1\max} + T_{2\max} + T_{3\max} + T_{4\max} \tag{9}$$

$$U_{\text{tmax}} = [k_1 + \frac{k_1^2}{k_2} + \frac{1}{2}(2 + \frac{k_1}{k_2})^2 k_3] x_{\max} \tag{10}$$

由式(5)可知

$$\dot{x}_{\max} = \omega A = \omega x_{\max} \tag{11}$$

将式(9)~式(11)代入式(8)可得

$$\begin{aligned} \omega^{-1} = & (\frac{A_1 A_2 E}{2m_1 A_2 l_1 + m_1 A_1 l_2} + \frac{A_3 E}{m_4 l_3})^{-1/2} + \\ & (\frac{A_1 A_2 E}{2m_5 A_2 l_1 + m_5 A_1 l_2} + \frac{A_3 E}{m_5 l_3})^{-1/2} + \\ & \{ \frac{E}{\rho} [\frac{A_1}{l_1} + \frac{A_1^2 l_2}{2A_2 l_1^2} + \frac{A_3 (2 + A_1 l_2 / (A_2 l_1))^2}{2l_3}] / \\ & [\frac{A_1 l_1}{3} + \frac{A_2 l_2}{2} + \frac{A_1^2 l_2^2}{6A_2 l_1^2} + \frac{A_1 l_1}{2} (1 + \frac{A_1 l_2}{A_2 l_1})^2 + \\ & \frac{A_3 l_3}{6} (2 + \frac{A_1 l_2}{A_2 l_1})^2] \}^{-1/2} \end{aligned} \tag{12}$$

式中, l_1 、 l_2 、 l_3 分别为中、低、高刚度弹性柱体长度; A_1 、 A_2 、 A_3 分别为中、低、高刚度弹性柱体横截面面积; E 为材料弹性模量。

式(12)建立了测力仪固有频率与其所有结构尺寸之间的关系,通过式(12)可以获得固有频率的理论计算值,进行测力仪主体结构优化设计。

2.2 测力仪主体结构固有频率的优化计算

基于式(12),运用 MATLAB 软件对最终固有频率计算公式进行编程,获得测力仪固有频率与各尺寸的关系,见表 1。综合考虑测力仪的量程范围(−1~1 kN),低刚度弹性薄片的厚度不能小于 0.7 mm,并且测力仪的主体结构轮廓尺寸在 150 mm×60 mm×60 mm 范围内,同时高刚度弹性柱体与附加弹性元件之间的距离必须在 0.3~0.8 mm 范围内,以保证应变放大倍数不低于 11 倍等因素,结合 MATLAB 软件对所得结果进行优化设计获得最终的尺寸(表 1),计算得到固有频率最终计算结果为 $\omega=11\,423\text{ Hz}$ 。

表 1 测力仪的固有频率与各结构的尺寸关系及最终尺寸

| 测力仪的各结构尺寸 | 各尺寸与固有频率的关系 | 最终尺寸 (mm) |
|--|-------------|--------------------------|
| 中刚度弹性柱体横截面 $A_1(a_1 \times b_1)$ | 反比 | 30×5 |
| 低刚度弹性柱体横截面 $A_2(a_2 \times b_2)$ | 正比 | 8×0.8 |
| 高刚度弹性柱体横截面 $A_3(a_3 \times b_3)$ | 正比 | 30×30 |
| 中刚度弹性柱体长度 l_1 | 反比 | 11 |
| 低刚度弹性柱体长度 l_2 | 反比 | 8 |
| 高刚度弹性柱体长度 l_3 | 反比 | 30 |
| 上平台体积 $V_4(a_4 \times b_4 \times l_4)$ | 反比 | $48 \times 48 \times 4$ |
| 底座体积 $V_5(a_5 \times b_5 \times l_5)$ | 反比 | $48 \times 110 \times 6$ |

3 基于 ANSYS Workbench 的有限元模态分析

3.1 测力仪主体结构的建模

基于 ANSYS Workbench 软件对测力仪主体结构进行模态分析,在 UG 中将建好的几何模型转换为 IGES 格式文件,然后直接导入 ANSYS Workbench。在 modal 模块中选择 Refinement 命令对低刚度弹性薄片进行网格局部单元细化处理,设网格单元尺寸为 0.1 mm,测力仪主体结构其他部分的网格划分采用四面体网格自动生成。对测力仪主体结构进行模态分析时,约束条件设置为底座上下表面固定,与实际加工工况相符。

3.2 有限元模态结果分析

图 3 为高频响测力仪的一阶振型图,其第一阶振型表现为 X 方向两块低刚度弹性薄片带动测力仪整体在 X 方向产生一阶弯曲,导致测力仪的上表面平台沿 X 方向有明显的高低差异,此时得到测力仪的固有频率为 10 433 Hz。同时借助有限元仿真求得不同低刚度弹性柱体长度 l_2 对应的测力仪的固有频率,其变化趋势如图 4 所示,随着 l_2 的增大,测力仪的固有频率呈现出下降的趋势,仿真结果与表 1 相吻合,而针对其他结构尺寸的有限元仿真也与理论计算一致,从而验证了测力仪理论计算模型的正确性。

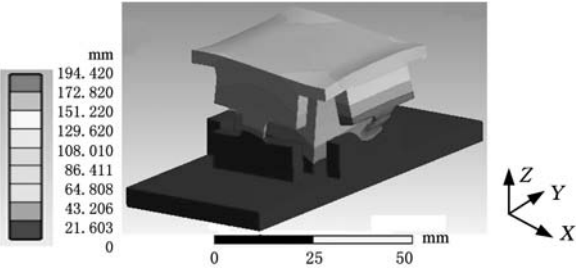


图 3 高频响测力仪的第一阶振型

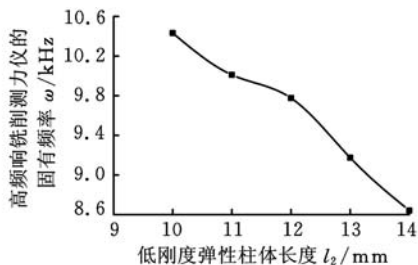


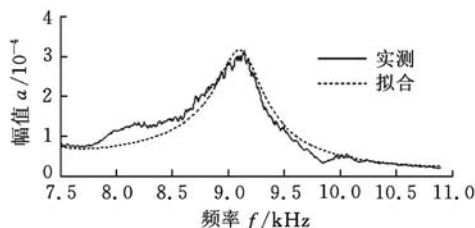
图 4 不同 l_2 对应的测力仪的固有频率

4 测力仪振动模态试验及高转速铣削力试验

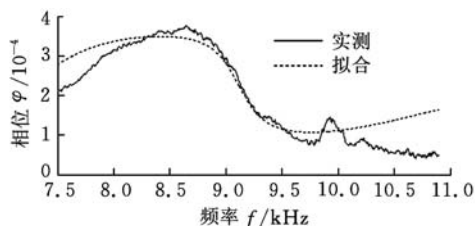
4.1 测力仪的振动模态验证试验与分析

将测力仪安装到机床平台上,采用压板压紧的装夹方式,利用锤击法对测力仪进行振动模态试验及分析,以检验测力仪简化模型及有限元仿真的准确性。模态试验前,在测力仪的上平台划分 4×4 网格,网格节点为力锤敲击点,在低刚度弹性薄片表面贴上加速度传感器。试验时分别敲击每个点,并取 10 次平均值,通过 Agilent35670a 频谱分析仪获得频响函数。

采用 MATLAB 软件对所测点的频响函数进行编程,利用有理分式法识别出该阶模态的固有频率以及该测点的振型系数,并绘制出该阶模态的振型图^[13]。实测和拟合出的幅频图和相频图如图 5 所示。由图 5 可知,幅值和相位变化较为吻合,辨识出测力仪的固有频率为 9106 Hz。模态试验测试所得的固有频率值比理论计算和有限元仿真所得结果都要低。主要原因是理论计算和有限元仿真都属于模拟计算,没有充分考虑实际工况。图 6 所示为振动模态试验所得测力仪的振型,包含初始上表面和振动后的上表面,通过比较



(a)测力仪的振动幅值图



(b)测力仪的振动相位图

图 5 模态试验所得测力仪的幅值图和相位图

第一阶振型上表面的变化可知,有限元计算出的振型图与试验所得振型图基本一致,均是由薄壁件弯曲振动,带动平台向弯曲方向移动,使平台表面产生高低差异。试验结果验证了有限元仿真的可靠性,为利用有限元仿真对测力仪进行优化设计提供了试验依据。

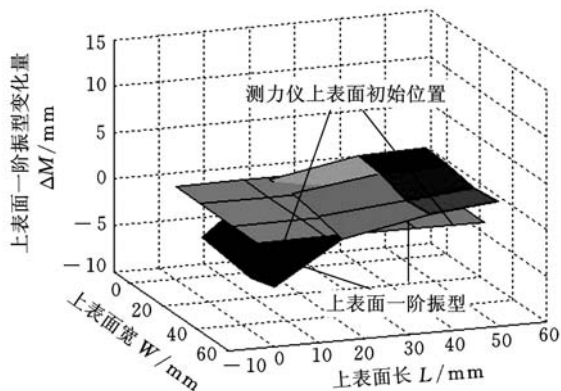


图 6 振动模态试验所得振型图

4.2 高转速铣削力试验及分析

为了检验该测力仪的效果,将该测力仪主体结构与加工试验件等连接,构建成完整的测力系统,并在静态标定以及修正矩阵的计算之后,进行高转速铣削力试验。其中,试样为铝合金 Al-6061,尺寸为 $20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$,试验时将该试样粘在测力仪上表面,由于其尺寸相对较小,与测力仪主体结构固连后基本不改变测力仪的固有频率(固连后的测力系统有限元仿真所得固有频率为 100 79 Hz)。数控机床为 Caver400M-RT,其转速范围为 $10\,000 \sim 42\,000 \text{ r/min}$,最大工作进给速度为 12 m/min ,如图 7 所示。刀具为涂层硬质合金立铣刀,其直径为 3 mm ,齿数为 2,螺旋角为 30° 。铣削方式为顺铣干切削,转速为 $4 \times 10^4 \text{ r/min}$,每齿进给量为 0.02 mm ,轴向切深为 0.5 mm ,径向切深为 0.5 mm 。



图 7 Caver400M-RT 雕刻机

图 8 所示为该测力仪在机床主轴 $4 \times 10^4 \text{ r/min}$ 转速下获得的切削力数据。三向切削力呈现出明显的周期性变化,表明该测力仪所获得的切削力数据能够准确反映高转速条件下切削力的基本特征。其中,由于 X 方向进给抗力最

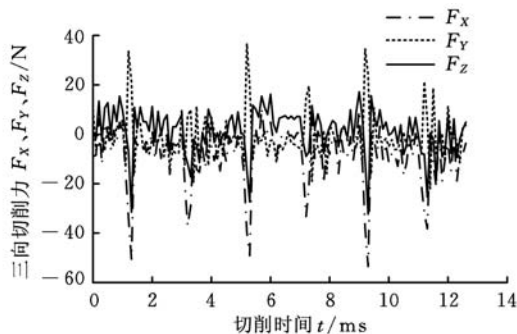


图8 40 000 r/min 转速下切削力数据图

大,故 F_x 的幅值明显大于 F_y 、 F_z 。此外,铣刀的两个刀齿存在微量的动不平衡,导致刀齿的实际切深不同,所以相邻的两个波峰有次序地高低相间。

5 结论

(1)本文建立了高频响测力仪的理论模型,并且求得了固有频率的解析模型,实现了结构尺寸的优化,并进行了有限元仿真验证。

(2)模态试验和有限元仿真的振型基本一致,均是由两侧薄壁件弯曲振动,带动平台向弯曲方向移动,使平台表面产生高低差异,验证了有限元仿真的可靠性,为测力仪的优化设计提供了参考依据。

(3)高频响测力仪在高转速铣削试验时能够获得清晰的三向铣削力周期信号,表明测力仪的固有频率能够满足高转速铣削的要求,验证了该测力仪结构设计的可行性。

参考文献:

- [1] Schulz H, Abele E, 何宁. 高速加工理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [2] 仇健, 李晓飞, 马晓波, 等. 硬质合金立铣刀高速铣削铝合金切削力实验研究[J]. 中国机械工程, 2011, 23(13): 1555-1560.
Qiu Jian, Li Xiaofei, Ma Xiaobo, et al. Experimental Study of Cutting Forces on High Speed Milling Aluminum Alloy Using Carbide End Mill[J]. China Mechanical Engineering, 2011, 23(13): 1555-1560.
- [3] Korkut I. A Dynamometer Design and Its Construction for Milling Operation[J]. Materials and Design, 2003, 24(8): 631-637.
- [4] Karabay S. Design Criteria for Electro-mechanical Transducers and Arrangement for Measurement of Strains due to Metal Cutting Forces Acting on Dynamometers[J]. Materials and Design, 2007, 28(2): 496-506.
- [5] Yaldiz S, Ünsaçar F, Sağlam H, et al. Design, De-

velopment and Testing of a Four-component Milling Dynamometer for the Measurement of Cutting Force and Torque[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(3): 1499-1511.

- [6] Castro L R, Viéville P, Lipinski P. Correction of Dynamic Effects on Force Measurements Made with Piezoelectric Dynamometers[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2006, 46(14): 1707-1715.
- [7] Transchel R, Stirnimann J, Blattner M, et al. Effective Dynamometer for Measuring High Dynamic Process Force Signals in Micro Machining Operations[C]//5th CIRP Conference on High Performance Cutting, Zurich, 2012: 558-562.
- [8] Albrecht A, Park S S, Altintas Y, et al. High Frequency Bandwidth Cutting Force Measurement in Milling Using Capacitance Displacement Sensors[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2005, 45(9): 993-1008.
- [9] 刘战强, 万熠, 艾兴. 高速铣削中切削力的研究[J]. 中国机械工程, 2003, 14(9): 734-737.
Liu Zhanqiang, Wan Yi, Ai Xing. Cutting Forces in High Speed Milling[J]. China Mechanical Engineering, 2003, 14(9): 734-737.
- [10] 金问林, 张幼桢, 褚涛. 切削测力仪的杠杆—附加弹性元件设计方法[J]. 南京航空航天大学学报, 1991, 23(3): 33-37.
Jin Wenlin, Zhang Youzhen, Chu Tao. Parasitic Elastic Element Method for Cutting Dynamometer Design[J]. Journal of Nanjing Aeronautical Institute, 1991, 23(3): 33-37.
- [11] 孙永华, 赵威, 何宁, 等. 高频响三维动态铣削力测试平台设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2012, 44(4): 154-156.
Sun Yonghua, Zhao Wei, He Ning, et al. Design of High Frequency Three-dimensional Dynamic Milling Force Test Platform[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 44(4): 154-156.
- [12] Szuladzinski G. 机械与结构动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1985.
- [13] Totis G, Wirtz G, Sortino M, et al. Development of a Dynamometer for Measuring Individual Cutting Edge Forces in Face Milling[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(6): 1844-1857.

(编辑 陈勇)

作者简介: 黄震, 男, 1989年生。南京航空航天大学机电学院硕士研究生。主要研究方向为精密仪器。赵威(通信作者), 男, 1977年生。南京航空航天大学机电学院副教授。