弧面凸轮廓面三坐标机测量与传动质量评价

葛荣雨[1]　冯显英[1]　宋现春[2]　杨广磊[1]
1. 山东大学，济南，250061　　2. 山东建筑大学，济南，250101

摘要：在分析了弧面凸轮廓面数学模型的基础上，利用三坐标测量机对弧面凸轮廓面进行了等径点位测量，并提出了一种逐点比较法，将所有的测量数据用于确定凸轮坐标系与测量坐标系的位置关系。用非均匀 B 样条曲线拟合所有凸轮坐标系中的点坐标数据，由拟合曲线和滚子共轭运动的啮合方程求解实际共轭运动，从而评价弧面凸轮廓面的传动质量。最后，通过一个检测实例验证了该算法的正确性和可行性。

关键词：弧面凸轮；三坐标测量机；曲线拟合；传动质量评价
中图分类号：TP274　　**文章编号**：1004—132X(2008)03—0285—04

Measurement with CMM and Transmission Quality Evaluation of Globoidal Cam Profile Surface

Ge Rongyu[1]　Feng Xianying[1]　Song Xianchun[2]　Yang Guanglei[1]
1. Shandong University, Jinan, 250061
2. Shandong Jianzhu University, Jinan, 250101

Abstract: Based on the analysis of the mathematic model of globoidal cam profile surface, the coordinate measuring machine was used to inspect the point coordinates of cam profile with the equal radius. A point by point comparision method was described with which all the measured data were used to calculate the position relation between the measuring coordinate system and the cam coordinate system. A least squares B spline fitting method was also introduced to approximate all coordinate data in the cam coordinate system. Based on the conjugate relations at the contact point between the fitted curve and the follower, the real follower movement can be solved to evaluate the transmission quality of globoidal cam profile surface. At last, a practical example was given to show the effectiveness and usefulness of the proposed algorithm.

Key words: globoidal cam; coordinate measuring machine (CMM); curve fitting; transmission quality evaluation

0　引言

分度凸轮机构在自动化机械中占有重要地位，它可以把输入轴的连续回转运动转换为工作执行机构的间歇直动或间歇摆动，主要包括平行分度凸轮机构、圆柱分度凸轮机构和弧面分度凸轮机构三种。其中弧面分度凸轮机构是目前最理想的分度机构，在动态性能、分度精度、啮合刚度与结构等方面均有很好的性能，被广泛应用于加工中心换刀机械手等多工位自动机械[1]。但其弧面凸轮廓面是不可展异型曲面，制造难度较大，加工时的中心距误差、刀具半径误差、刀具转角误差等都会引起凸轮的廓面形状误差，从而造成装配过程中的啮合间隙或干涉，影响高速运动情况下的动态性能，降低从动盘分度与定位的精度，因此探索有效的测量手段，是保证弧面凸轮加工质量和构建闭环制造系统的关键。

目前弧面凸轮廓面的测量主要依靠专用测量装置[2]，这显然增加了检测成本。文献[3,4]利用凸轮自身的廓面坐标分别反求了平面凸轮和圆柱凸轮的运动曲线，为弧面凸轮传动质量的评价提供了新思路。笔者采用三坐标测量机的扫描功能，实现了对弧面凸轮廓面数据的采集，并把凸轮廓面评价看作是廓面设计的逆过程，利用数据拟合和非线性优化方法得到了实际共轭运动的传动函数，从而实现了弧面凸轮传动质量的评价。

1　弧面凸轮廓面的数学模型

弧面凸轮机构由弧面凸轮和分度盘组成，其数学模型如图 1 所示[5]，运用回转变量和微分几何，在与凸轮固联的动坐标系即凸轮坐标系 $o_c x_c y_c z_c$ 中，可以推导出弧面凸轮理论廓面的参数方程 $\boldsymbol{r}(l,\theta)$：

$$\left.\begin{aligned} x_c &= (l\cos\tau - R_r\sin\tau\cos\phi - C)\sin\theta - R_r\cos\theta\sin\phi \\ y_c &= (R_r\sin\tau\cos\phi - l\cos\tau + C)\cos\theta - R_r\sin\theta\sin\phi \\ z_c &= l\sin\tau + R_r\cos\tau\cos\phi \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\phi = \phi(l,\tau,\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}\theta) = \arctan\frac{l\,\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}\theta}{C - l\cos\tau} \quad (2)$$

式中，C 为中心距；R_r 为滚子半径；l 为任意接触点 P 所在滚子截面到从动盘旋转轴的距离；ϕ 为凸轮与滚子的接触角；θ 和 τ 分别为凸轮和分度盘的瞬时转角，且满足由运动规律所决定的函数关系 $\tau = \tau(\theta)$。

收稿日期：2007—09—18

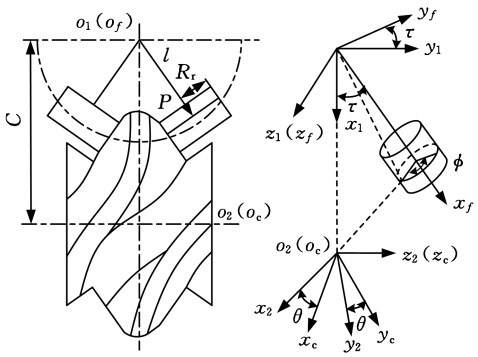


图 1　弧面凸轮机构坐标系统

2　弧面凸轮廓面数据的采集

弧面凸轮廓面是一空间螺旋带，如图 2 所示，由于缺乏精确的检测方法，其轮廓几何形状的误差检测较困难，很多生产厂家都不予检测。本文采用三坐标测量机精密测量弧面凸轮廓面的三维坐标。

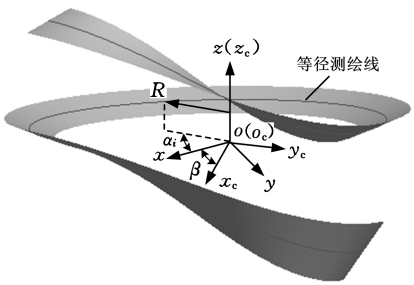


图 2　弧面凸轮廓面及坐标系变换

任一时刻弧面凸轮以线接触方式驱动从动盘滚子共轭运动，由于瞬时接触线上各点的共轭关系均表现为滚子轴线和凸轮轴线的旋转运动，所以任意接触点均能一致反映传动函数 $\tau(\theta)$，那么三坐标测量机对弧面分度凸轮廓面进行的点位测量方式对于评价弧面凸轮廓面的传动质量是可行的。如图 2 所示，$oxyz$ 为采集数据之前建立的测量坐标系，可以从凸轮任意位置开始测量，$o_cx_cy_cz_c$ 为凸轮坐标系，z 轴、z_c 轴重合于凸轮轴，凸轮坐标系的 x_c 轴与测量坐标系的 x 轴间夹角为 β。测量时，考虑到弧面凸轮廓面的凹凸特性，选用星形探针进行测量，测头以给定的某一凸轮轮廓的半径 R 与凸轮廓面接触，测量数据点是给定半径 R 的圆柱面与弧面凸轮廓面的交线即等径测绘线上的点，各点沿该交线的间距由坐标测量机在测量时的步长决定。由于弧面凸轮创成曲面属于空间曲面，为了更全面真实地评价传动质量，可以在廓面上测出三条以上的等径曲线。

3　弧面凸轮传动质量评价

3.1　确定凸轮坐标系

坐标测量机测量弧面凸轮轮廓时，确定测量坐标系和凸轮坐标系的对应关系一直是一大难题。本文的凸轮廓面检测可以从凸轮任意位置开始，测量坐标系无需严格调整，它将所有测量点坐标与其对应的理论点在凸轮坐标系中的坐标进行逐点比较，通过最小优化误差函数，从而确定凸轮坐标。

由式(1) 可以得到给定测量半径 R 的圆柱面在凸轮坐标系下的方程：

$$x_c^2 + y_c^2 = R^2 \tag{3}$$

对于任意给定的 θ 值，式(2) 和式(3) 均是关于 l 和 ϕ 的二元方程，那么联立两式可求得任意 θ 对应的 ϕ 和 l。再代入式(1)，就可以得到等径测绘线上的任意点在凸轮坐标系中的理论坐标 $\boldsymbol{r}(l,\theta)$。若坐标测量机以等步长测量得到 m 个被测点的坐标，且设某被测点 P_i 在测量坐标系中的转角为 $\alpha_i(i=0,1,\cdots,m)$，测量坐标为 (x_i,y_i,z_i)，则该测量点在凸轮坐标系的转角 $\theta_i=\alpha_i+\beta$，如图 2 所示。根据给定的转角可以通过上述方法求得测量点的理论坐标为 (x_{ci},y_{ci},z_{ci})，而测量点在凸轮坐标系中的实际测量坐标为 $(x'_{ci},y'_{ci},z'_{ci})$，其与测量点的理论坐标的转换公式为

$$\begin{bmatrix} x'_{ci} \\ y'_{ci} \\ z'_{ci} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \tag{4}$$

凸轮坐标系的确定应使测量点相对于其理论坐标的误差最小，故建立以下误差目标函数：

$$\min E = \sum_{i=1}^{m} [(x'_{ci}-x_{ci})^2 + (y'_{ci}-y_{ci})^2 + (z'_{ci}-z_{ci})^2] \tag{5}$$

该函数是变量 β 的一元函数，可以通过一维优化方法求得 β，从而确定凸轮坐标系和测量坐标系的对应关系。

3.2　测量点的拟合

对被测点在凸轮坐标系中的坐标数据 $(x'_{ci},y'_{ci},z'_{ci})$，采用非均匀 B 样条曲线进行最小二乘拟合。非均匀 B 样条可表示为[6]

$$\boldsymbol{r}(u) = \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{B}_j N_{j,k}(u) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{r} = (x(u),y(u),z(u))$$

式中，$\boldsymbol{r}$ 为拟合曲线上的点的矢量坐标；$\boldsymbol{B}_j$ 为 B 样条曲线的控制顶点；u 为凸轮的旋转角度 $(0 \leqslant u \leqslant 2\pi)$；$N_{j,k}(u)$ 为 k 次规范 B 样条基函数；n 为控制定点个数。

为了简便计算，这里提出一种新的最小二乘拟合算法。对测量数据进行规范积累弦长参数化，得到数据点的参数值 $\tilde{u}_i$，为使任意测量点 P_i 在最小二乘意义上逼近 B 样条曲线，应满足目标函数：

$$\min \overline{E} = \sum_{i=1}^{m} [\boldsymbol{r}_i(\tilde{u}) - \boldsymbol{P}_i]^2 = \| \boldsymbol{AX} - \boldsymbol{P} \|^2 \tag{7}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} N_{1,k}(\tilde{u}_1) & N_{2,k}(\tilde{u}_1) & \cdots & N_{n,k}(\tilde{u}_1) \\ N_{1,k}(\tilde{u}_2) & N_{2,k}(\tilde{u}_2) & \cdots & N_{n,k}(\tilde{u}_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ N_{1,k}(\tilde{u}_m) & N_{2,k}(\tilde{u}_m) & \cdots & N_{n,k}(\tilde{u}_m) \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{X} &= [\boldsymbol{B}_1 \quad \boldsymbol{B}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{B}_n]^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{P} &= [\boldsymbol{P}_1 \quad \boldsymbol{P}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{P}_m]^{\mathrm{T}} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

把控制顶点矩阵 $\boldsymbol{X}$ 作为未知数，由于 $m > n$，该最小二乘优化问题可转换为求解如下线性超定方程组的解：

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} \tag{10}$$

该超定方程组需要列满秩，此时可利用 Household[7] 变换法求解。

3.3　传动质量评价

凸轮分度机构的重要特性是其传动质量与啮合性能。本文采取传动函数评价法来评价传动质量[8]，即不考虑凸轮机构的安装误差和滚子几何形状误差等因素，仅考虑弧面凸轮廓面的加工误差，通过从动件实际运动规律的求解，得到实际共轭运动的传动函数，将弧面凸轮曲面自身的比较转换为共轭运动的比较，分析弧面分度凸轮廓面的加工误差对传动质量的影响。

弧面分度凸轮机构运行时，拟合曲线和滚子曲面共轭运动。与凸轮廓面的设计过程相同，根据坐标变换，可以得到瞬时啮合点 P 在凸轮坐标系中的矢量表达式：

$$\left.\begin{aligned} x(u) &= (l\cos\tau - R_{\mathrm{r}}\sin\tau\cos\phi - C)\sin\theta - R_{\mathrm{r}}\cos\theta\sin\phi \\ y(u) &= (R_{\mathrm{r}}\sin\tau\cos\phi - l\cos\tau + C)\cos\theta - R_{\mathrm{r}}\sin\theta\sin\phi \\ z(u) &= l\sin\tau + R_{\mathrm{r}}\cos\tau\cos\phi \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

如图 3 所示，根据共轭曲面原理，在瞬时啮合点 P 处，拟合曲线的切矢量 $\boldsymbol{v}$ 应垂直于滚子曲面的法矢量 $\boldsymbol{n}$，即在凸轮坐标系中有

$$\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{v} = 0 \tag{12}$$

$$\boldsymbol{n} = \begin{bmatrix} -(\sin\tau\cos\phi + C)\sin\theta - \sin\phi\cos\theta \\ (\sin\tau\cos\phi + C)\cos\theta - \sin\phi\sin\theta \\ \cos\tau\cos\phi \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{v} = [x'(u) \quad y'(u) \quad z'(u)]^{\mathrm{T}}$$

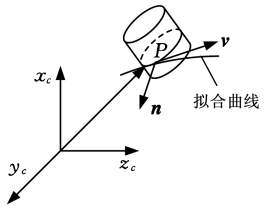


图 3　拟合曲线和滚子共轭运动示意图

拟合曲线上的某点必然在凸轮转角为 θ 时进入啮合状态，联立式(11)、式(12)，组成一个以 l、u、ϕ 和 τ 为未知数的四元非线性方程组，此时可以用牛顿法求解得到实际共轭运动的传动函数 $\tau(\theta)$，与设计时选用的理论运动规律相比较，就可以实现弧面分度凸轮机构传动质量的评价。对每条等径测绘线都可以用上述方法求出 $\tau(\theta)$，然后取平均值来综合评价传动质量。

4　检测实例

现用三坐标测量机测量一左旋弧面凸轮的廓面，已知从动件滚子半径 $R_{\mathrm{r}} = 18\mathrm{mm}$，中心距 $C = 180\mathrm{mm}$，分度数为 8，转盘分度期的运动规律为修正正弦，弧面凸轮分度期转角为 120°，$72\mathrm{mm} \leqslant l \leqslant 102\mathrm{mm}$，测量半径 $R = 97\mathrm{mm}$。等径测绘线上取 360 个被测点，非均匀 B 样条曲线的控制顶点为 80 个，根据本文的测量方法和评定算法，计算得到从动件的实际输出运动和传动误差的曲线如图 4 和图 5 所示。同时得到该弧面凸轮的分度精度为 ±34″，而将此凸轮与分度盘装配后实测分度精度为 ±40″，可以较好满足普通凸轮分度机构的啮合要求，这说明本文传动质量评价算法完全能够反映廓面加工误差对整个凸轮机构分度精度的影响。

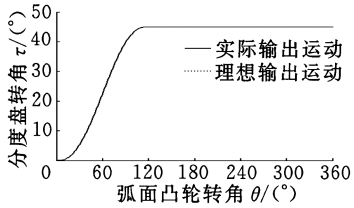


图 4　弧面凸轮机构输出运动比较

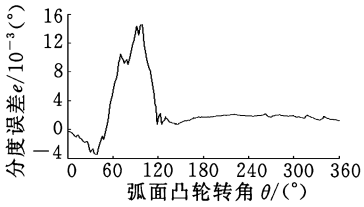


图 5　弧面凸轮机构传动误差

5　结论

弧面凸轮廓面是空间不可展曲面，其检测与评价一直是一个难点。采用三坐标测量机，实现对弧面凸轮廓面的等径点位测量，并用非均匀 B 样条构造曲线，根据共轭运动方程求解从动件的实际运动规律。这种方法简化了测量和数据处理过程，测量坐标系无需严格调整，凸轮坐标系通过寻优算法实现，是评价弧面凸轮廓面传动质量的有效方法。

六轴五联动螺旋锥齿轮磨床误差建模与分析

陈书涵[1]　严宏志[1]　明兴祖[1]　张　蓉[2]
1.中南大学,长沙,410083　　2.湖南工学院,衡阳,421101

摘要:以六轴五联动螺旋锥齿轮磨床为对象,运用多体系统理论建立了磨床综合误差模型,得到了此模型的6个自由度误差表达式,并对其进行了实验验证。分析了砂轮主轴三种运动所产生的6个误差与砂轮6个自由度误差的变化规律,并由此讨论了对所加工齿轮的齿距、螺旋角、周节、齿形等误差的影响。

关键词:六轴五联动;螺旋锥齿轮磨床;误差模型;分析
中图分类号:TH161;TG596　　**文章编号**:1004—132X(2008)03—0288—07

Error Modeling and Analysis of Spiral Bevel Gear Grinder with Six Axes Five Linkages

Chen Shuhan[1]　Yan Hongzhi[1]　Ming Xingzu[1]　Zhang Rong[2]
1. South Central University, Changsha,410083
2. Hunan institute of Technology, Hengyang,Hunan,421101

Abstract: Taking spiral bevel gear grinder with six axes five linkages as the object, multi-body system theory was utilized to establish the grinder synthesis error model and obtain six degrees of freedom error expressions in this model as well as the experimental confirmation. Additionally, the changing rule between the six errors from three kinds of movements of the spindle and the grinding wheel tool point six degrees of freedom errors were analyzed separately. The error tendency of teeth space of gear, helix angle, pitch, tooth profile was discussed. This study offers a theoretic basis for the design and the error compensations of spiral bevel gear grinder with six axes five linkages.

Key words: six axes five linkages; spiral bevel gear grinder; error model; analysis

0　引言

2002年中南大学制造出国内第一台六轴五联动螺旋锥齿轮磨床。与美国、德国、瑞士的螺旋锥齿轮磨床相比,自主研制的六轴五联动螺旋锥齿轮磨床在加工精度上还存在差距。

机床加工精度取决于热误差、装配误差、制造误差等的大小,最终体现为刀具与工件间的相对位移[1]。本文利用多体系统理论以及4×4的Denavit-Hartenberg齐次变换矩阵,并考虑几何误差及热误差[2-9],建立了六轴五联动数控磨床误差综合数学模型,并分析了部分误差对所加工齿轮齿距、螺旋角、周节、齿形等误差的影响,为提高六轴五联动螺旋锥齿轮磨床加工精度和误差补偿提供

收稿日期:2006—09—25
基金项目:国家重点基础研究发展计划资助项目(2005CB724104)

参考文献:
[1] 张高峰,谭援强,杨世平.一种全新的弧面凸轮廓面修形方法[J].中国机械工程,2007,18(8):892-895.
[2] 王涛,贺炜,王宁侠.凸轮分度机构分度精度、停留精度检测系统设计与数据处理[J].机床与液压,2005,33(6):123-126.
[3] Tsay D M,Huang M H,Ho H C. Producing Follower Motions Through Their Digitized Cam Contours [J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering,2002,2(6):98-105.
[4] 郭为忠,王石刚,邹慧君,等.基于反求技术的摆动从动件空间凸轮CAD[J].计算机辅助设计与图形学学报,1999,11(2):159-162.
[5] 葛荣雨,冯显英,宋现春,等.弧面凸轮非等径侧铣刀位计算与GA优化[J].农业机械学报,2007,38(10):132-135.
[6] 施法中.计算机辅助几何设计与非均匀有理B样条[M].北京:高等教育出版社,2001.
[7] Ma W Y,Kruth J P. Parameterization of Randomly Measured Points for Least Squares Fitting of B-spline Curves and Surfaces[J]. Computer Aided Design,1995,27(9):663-675.
[8] 石永刚,徐振华.凸轮机构设计[M].上海:上海科学技术出版社,1995.

(编辑　张　洋)

作者简介:葛荣雨,男,1981年生。山东大学机械工程学院博士研究生。主要研究方向为空间凸轮机构设计和加工机理、异型曲面数控加工技术。发表论文6篇。冯显英,男,1965年生。山东大学机械工程学院教授、博士研究生导师。宋现春,男,1965年生。山东建筑大学机电工程学院教授,山东大学机械工程学院博士研究生导师。杨广磊,男,1982年生。山东大学机械工程学院硕士研究生。