# 机器人手臂的刚柔耦合建模及摆动模态对比

王斌锐1,2 方水光1 严冬明1

1. 中国计量学院, 杭州, 310018 2. 机器人学国家重点实验室, 沈阳, 110004

摘要:以机器人柔性手臂为对象,基于 Jourdain 变分建立了刚柔耦合动力学模型;通过假设模态法将物理坐标变换成模态坐标,对动力学方程进行解耦。参考人体参数,利用 ADAMS 建立了虚拟样机模型,设计了形函数矩阵。在 MATLAB 中编写了方程求解算法。对比了 ADAMS 和 MATLAB 对柔性手臂转角的仿真。针对碳纤维、铝合金、聚乙烯和聚丙烯 4 种材质手臂仿真重力作用下的摆动运动,绘出了末端横向变形位移和频谱图;量化分析了变形量和模态。结果表明随着弹性模量与密度的比值增大,手臂固有频率增大,横向变形位移减小;碳纤维材质可近似建模为刚体;碳纤维和铝合金适合做手臂机构;聚丙烯材质刚度和柔顺性较好。

关键词:柔性手臂;假设模态法;动力学;刚柔耦合;仿真

中图分类号:TP242

DOI:10.3969/j. issn. 1004-132X. 2012. 17. 016

# Rigid—flexible Coupling Dynamics Modeling of Robot Manipulators and Modal Analysis during Swing

Wang Binrui<sup>1,2</sup> Fang Shuiguang<sup>1</sup> Yan Dongming<sup>1</sup> 1. China Jiliang University, Hangzhou, 310018 2. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang, 110004

Abstract: For the robot with flexible manipulators, a rigid—flexible coupling dynamics model was established based on the Jourdain variation principle. Assumed model method was used to transform physical coordinate to modal coordinate, and to decouple the dynamics equations. According to adult arm size, ADAMS was adopted to built virtual prototype for simulation. The element interpolation function was designed. An algorithm was programmed using MATLAB to solve dynamics equations. And angle curves of manipulator obtained by ADAMS and MATLAB were compared. In view of four kinds of material: carbon fiber, aluminum, polyethylene and polypropylene, swing simulation of manipulators were done under the gravity. Figures and tables quantitatively described displacement of end deformation, spectrum and first—order and second—order vibration modal. And deformation and modal parameters were contrastively analyzed. The results show that the natural frequency of the manipulator increases and the transverse displacement of the manipulator end decreases as the ratio of the elastic modulus and density increases. Carbon fiber can be approximately modeled as a rigid body; carbon fiber and aluminum material are suitable for humanoid robot body parts; polypropylene has better integrated performance of the stiffness and flexible. The dynamics and solving method are proper.

Key words: flexible manipulator; assumed modal method; dynamics; rigid — flexible coupling; simulation

## 0 引言

柔性是机器人研究的重点和难点。仿生机器

#### 收稿日期:2011-09-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50905170);浙江省自然科学基金资助项目(Y1090042);机器人学国家重点实验室开放基金资助项目(RL0200918);浙江省新苗人才计划资助项目(2011R409036)

### 参考文献:

- [1] 王少萍,苑中魁,杨光琴. 液压泵信息融合故障诊断 [J]. 中国机械工程,2005,16(4):327-331.
- [2] 董涛,程培源,樊波,等.基于单相功率频谱分析的感应电机故障诊断[J].大电机技术,2011(2):20-22.
- [3] 刘泽华,陆清,谷立臣.基于包络一灰色理论的液压 系统故障诊断方法研究[J].液压与气动,2008(1): 77-80.
- 「4〕 高景德,王祥珩,李发海. 交流电机及其系统的分析

人手臂的运动具有范围广、速度变化剧烈和动力学方程非线性强耦合等特点[1]。柔性变形常采用有限元法和模态假设法进行离散数值求解。Zarafshan等[2]运用有限元法对空间机器人位置控制进行了研究。Heidari等[3]采用有限元进行刚柔耦合动力学离散,并研究了机械臂的末端变形位移特性。Hu等[4]基于拉格朗日方程用模态

[M]. 清华大学出版社,1993.

[5] 孙丽玲,李和明,许伯强.基于多回路数学模型的异步电动机内部故障瞬变过程[J].电力系统自动化,2004,28(23):35-40. (编辑 何成根)

作者简介: 陈江城,男,1987年生。西安建筑科技大学机电工程学院硕士研究生。主要研究方向为机电一体化技术。谷立臣,男,1956年生。西安建筑科技大学机电工程学院教授、博士研究生导师。刘坤津,女,1971年生。西安建筑科技大学机电工程学院副教授、博士研究生。

假设法研究了柔性杆的动力学响应。Gao等[5]研究了柔性单杆的物理参数对杆件固有频率的影响。Liu等[6]研究了做大范围运动的中心刚体柔性梁的耦合变形问题,得出精确的刚柔耦合柔性臂的一次近似模型。董得忠等[7]运用改进的固定界面子结构模态综合法建立了柔性双连杆的动力学响应。由上述文献可见,对机器人柔性的研究多集中在建模理论和求解算法上,仅针对铜杆或铝杆。在实际应用中,为安全考虑,仿人机器人机构本体常采用具有柔性的多种材质组合而成。调研发现,已有文献对不同材质柔性手臂运动中的变形,以及振动模态对仿人运动规划和精确控制的影响研究较少。

本文首先采用 Jourdain 变分原理,建立了单连杆仿人机器人手臂的刚柔耦合动力学模型,编写了高阶微分方程求解算法;其次针对 4 种典型材质的仿生机器人柔性手臂在垂直面的摆动,建立形函数矩阵,进行仿真计算;再次对比分析了横向变形位移和摆动模态;最后给出其结论。

# 1 仿人机器人手臂刚柔耦合动力学建模

采用模态假设法对手臂建模,参考骨骼形态,将柔性机器臂简化成单个圆柱形杆件,满足 Euler—Bernoulli 梁小变形假设<sup>[8]</sup>。柔性手臂变形位移见图 1。

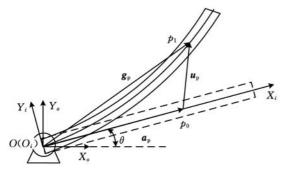


图 1 柔性手臂变形位移图

取机器人的肩关节中心为固定坐标系 $OX_oY_o$ 的原点, $O_iX_iY_i$ 为浮动坐标系, $p_o$ 为手臂上未变形前任意一点, $p_1$ 为 $p_o$ 变形后的点, $g_p$ 为 $p_1$ 在 $O_iX_iY_i$ 下的位移, $a_p$ 为变形位移在 $O_iX_iY_i$ 下的位移, $a_p$ =[x 0] $^{\mathrm{T}}$ , $u_p$ 为变形位移在 $O_iX_iY_i$ 下的坐标阵。

仿人机器人手臂绕固定基座运动,基坐标系 下的变形位移为

$$\mathbf{r}_{p} = \mathbf{A}(\mathbf{a}_{p} + \mathbf{u}_{p}) = \mathbf{A}\mathbf{g}_{p}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(1)

式中,A为 $O_iX_iY_i$ 到 $OX_oY_o$ 的旋转变换矩阵; $\theta$ 为柔性手

臂的转角。

定义变形位移 u<sub>p</sub> 为

$$\mathbf{u}_{p} = \begin{bmatrix} \omega_{1}(x,t) + \omega_{c}(x,t) \\ \omega_{2}(x,t) \end{bmatrix}$$
 (2)

式中,t 为时间; $\omega_1(x,t)$  为轴向位移; $\omega_2(x,t)$  为横向位移。

根据材质力学[9] 可得

$$\omega_{c}(x,t) = -\frac{1}{2} \int_{0}^{x} \frac{\partial \omega_{2}(v,t)^{2}}{\partial v} dv$$

对 
$$\mathbf{r}_{p}$$
 取变分,令  $\mathbf{B} = \tilde{\mathbf{I}}\mathbf{A}$ , $\tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,可得

$$\delta \boldsymbol{r}_{p} = \delta \theta \boldsymbol{g}_{p}^{T} \boldsymbol{B}^{T} + \delta \boldsymbol{g}_{p} \boldsymbol{A}^{T}$$
 (3)

式(1)对时间求一阶导数,可得

$$\dot{\mathbf{r}}_{p} = \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\theta}}\,\mathbf{g}_{p} + \mathbf{A}\dot{\boldsymbol{u}}_{p} \tag{4}$$

式(1)对时间求二阶导数,可得

 $\ddot{r}_{p} = B\tilde{I}\dot{\theta}^{2}g_{p} + B(\ddot{\theta}g_{p} + \dot{\theta}\dot{u}_{p}) + B\dot{\theta}\dot{u}_{p} + A\ddot{u}_{p} \quad (5)$ 柔性手臂的动能为

$$E_{k} = \frac{1}{2} \int_{V} \rho \, \dot{\boldsymbol{r}}_{p}^{T} \dot{\boldsymbol{r}}_{p} \, \mathrm{d}V \tag{6}$$

式中, $\rho$  为材质密度;V 为柔性手臂的体积。

柔性手臂的势能为

$$E_{p} = \frac{1}{2} \int_{0}^{t} ES(\omega'_{1}(x,t))^{2} dx + \frac{1}{2} \int_{0}^{t} EI(\omega''_{2}(x,t))^{2} dx$$
(7)

式中,l 为手臂长度;E 为弹性模量;S 为横截面积;I 为截面惯性矩; $\omega_1'(x,t)$  为 $\omega_1(x,t)$  对x 的一阶导数; $\omega_2''(x,t)$  为 $\omega_2(x,t)$  对x 的二阶导数。

肩关节驱动力矩 τ 所做的虚功为

$$\delta W_{\rm F} = \tau \delta \theta \tag{8}$$

由 Jourdain 变分原理可得

$$\int_{V} (\delta E_{k} - \delta E_{p} + \delta W_{F}) \, \mathrm{d}V = 0 \tag{9}$$

将式(1) ~ 式(8) 代入式(9),可得手臂的刚 柔耦合动力学方程<sup>[9]</sup>。由于轴向位移与横向位移 之间存在强耦合,不利于数值求解,本文采用模态 假设法对式(9) 进行解耦。

定义:q(t) 为模态坐标列阵, $\Phi(x)$  为  $u_p$  在 O(X,Y) 下的模态形函数阵,具体元素为

$$\mathbf{q}_1(t) = \begin{bmatrix} q_1^{(1)}(t) & q_2^{(1)}(t) & \cdots & q_n^{(1)}(t) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
 (10)

$$\mathbf{q}_{2}(t) = [q_{1}^{(2)}(t) \quad q_{2}^{(2)}(t) \quad \cdots \quad q_{n}^{(2)}(t)]^{\mathrm{T}}$$
 (11)

$$\boldsymbol{\phi}_{1}(x) = \begin{bmatrix} \phi_{1}^{(1)}(x) & \phi_{2}^{(1)}(x) & \cdots & \phi_{n}^{(1)}(x) \end{bmatrix}$$
 (12)

物理坐标到模态坐标的变换为

$$\begin{array}{l}
\omega_1(x,t) = \boldsymbol{\Phi}_1(x)\boldsymbol{q}_1(t) \\
\omega_2(x,t) = \boldsymbol{\Phi}_2(x)\boldsymbol{q}_2(t)
\end{array} \tag{14}$$

将式(10)  $\sim$  式(14) 代入式(9),可得手臂解耦后的动力学方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} & \mathbf{M}_{13} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} & \mathbf{M}_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\theta}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}}_1 \\ \ddot{\boldsymbol{q}}_2 \end{bmatrix} + 2\dot{\boldsymbol{\theta}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{G}_1 & \boldsymbol{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \dot{\boldsymbol{q}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{q}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{K}_1 & \boldsymbol{K}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{q}_1 \\ \boldsymbol{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{Q}_{f_1} \\ \boldsymbol{Q}_{f_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(15)

式(15) 可简写成

$$M\ddot{p} + G\dot{p} + Kp = Q$$
 (16)  
 $p = \begin{bmatrix} \theta & q_1 & q_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ 

式中,M为广义质量矩阵;G为哥氏项;K为刚度矩阵;Q为广义力矩阵。

式(15) 中各矩阵元素为

$$M_{11} = \mathbf{J} + \mathbf{q}_{1}^{\mathsf{T}} \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{\Phi}_{2}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{1}(x) \mathrm{d}x \mathbf{q}_{1} + \mathbf{q}_{2}^{\mathsf{T}} \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{\Phi}_{2}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{2}(x) \mathrm{d}x \mathbf{q}_{2} + 2U_{11} \mathbf{q}_{1} - \mathbf{q}_{2}^{\mathsf{T}} \mathbf{E}_{1} \mathbf{q}_{2}$$

$$M_{12} = -\mathbf{q}_{2}^{\mathsf{T}} \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{\Phi}_{2}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{1}(x) \mathrm{d}x$$

$$M_{13} = U_{12} + \mathbf{q}_{1}^{\mathsf{T}} \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{\Phi}_{1}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{2}(x) \mathrm{d}x$$

$$M_{21} = \mathbf{M}_{12}^{\mathsf{T}} + \mathbf{M}_{13}^{\mathsf{T}}$$

$$M_{22} = \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{\Phi}_{1}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{1}(x) \mathrm{d}x$$

$$M_{23} = \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{\Phi}_{2}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{2}(x) \mathrm{d}x$$

$$G_{2} = -\int_{0}^{t} \rho S \mathbf{\Phi}_{1}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{2}(x) \mathrm{d}x$$

$$G_{1} = -\mathbf{G}_{2}^{\mathsf{T}}$$

$$K_{11} = \int_{0}^{t} E S \mathbf{\Phi}_{1}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{1}^{\mathsf{T}}(x) \mathrm{d}x$$

$$K_{22} = \int_{0}^{t} E I \mathbf{\Phi}_{2}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{2}^{\mathsf{T}}(x) \mathrm{d}x$$

$$K_{1} = \int_{0}^{t} E S \mathbf{\Phi}_{1}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{2}^{\mathsf{T}}(x) \mathrm{d}x - \dot{\theta}^{2} \mathbf{M}_{22}$$

$$K_{2} = \int_{0}^{t} E I \mathbf{\Phi}_{2}^{\mathsf{T}}(x) \mathbf{\Phi}_{2}^{\mathsf{T}}(x) \mathrm{d}x - \dot{\theta}^{2} \mathbf{M}_{23} + \dot{\theta}^{2} \mathbf{E}_{1}$$

$$E_{1} = \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{s}(x) \mathrm{d}x$$

$$J = \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{s}(x) \mathrm{d}x$$

$$J = \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{s}(x) \mathrm{d}x$$

$$Q_{11} = -2\dot{\theta} [(\mathbf{q}_{1}^{\mathsf{T}} \mathbf{M}_{22} \dot{\mathbf{q}}_{1} + \mathbf{q}_{2}^{\mathsf{T}} \mathbf{M}_{23} \dot{\mathbf{q}}_{2} + U_{11} \dot{\mathbf{q}}_{1} - \mathbf{q}_{2}^{\mathsf{T}} \mathbf{E}_{1} \dot{\mathbf{q}}_{2}]$$

$$Q_{12} = \dot{\theta}^{2} U_{11}^{\mathsf{T}}$$

$$U_{11} = \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{s} \mathbf{\Phi}_{1}(x) \mathrm{d}x$$

$$V_{12} = \int_{0}^{t} \rho S \mathbf{s} \mathbf{\Phi}_{2}(x) \mathrm{d}x$$

式中, J 为转动惯量。

# 2 仿人机器人运动与机构材质分析

仿人机器人手臂的复合运动可分解成水平面 内的转动和垂直面内的摆动。其中,垂直面内运 动受重力影响较大。本文研究垂直面内在重力作 用下的摆动运动。ADAMS 是机械领域可靠的虚拟样机软件,已经被广泛采用。图 2 所示为利用 ADAMS 建立的仿人机器人手臂垂直面内的运动机构。



图 2 柔性手臂垂直面摆动虚拟样机

可利用 ADAMS 中的 AutoFlex 模块方便地建立柔性杆件模型,但该模块的缺点是材料柔性调节功能有限,不能仿真任意材料柔性(若参数不合适,较容易导致求解发散),不具备柔性变形的模态分析功能。

目前仿人机器人机构(含外表面)可选用材质有铝合金、聚乙烯、聚丙烯、有机陶瓷、有机玻璃、碳纤维、碳纤维增强性复合材质等。本文针对常用的碳纤维、铝合金、聚乙烯、聚丙烯等4种材质进行对比研究,材质物理特性参数如表1所示。为保证质量轻,手臂的支撑机构可建模为细长杆,机构参数(参考成人手臂参数)如表2所示。

表 1 典型材质的物理参数

材质	密度 $ ho(kg/m^3)$	弾性模量 E (GPa)	比值 E/ρ (N・m/kg)
碳纤维	1700	231.00	$1.35 \times 10^{8}$
铝合金	2700	71.00	$2.63 \times 10^7$
聚丙烯	900	1.32	1.45×10 <sup>6</sup>
聚乙稀	920	0.20	2.17×10 <sup>5</sup>

表 2 机构参数

长度(mm)	半径(mm)	横截面积 (mm²)	截面惯性矩 (mm <sup>4</sup> )
800	4	72	8200

摆动中,柔性手臂一端固定,一端自由,形函数矩阵  $\mathbf{\Phi}_1(x)$ 、 $\mathbf{\Phi}_2(x)$  可设计为

$$\phi_i^{(1)}(x) = \sin \frac{(2i-1)}{2l}x \tag{17}$$

$$\phi_i^{(2)}(x) = \cos\beta_i x - \cosh\beta_i x + \lambda_i (\sin\beta_i x - \sinh\beta_i x)$$
(18)

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$\lambda_i = -\frac{\cos\beta_i l + \cosh\beta_i l}{\sin\beta_i l + \sinh\beta_i l}$$

$$\beta_1 l = 1.875 \qquad \beta_2 l = 4.694$$

$$\beta_i l = (i - 0.5)\pi \qquad i \geqslant 3$$

模态阶数增加会加大计算量。文献[10-11] 研究表明,二阶模态已能达到杆件运动所要求的精度。本文采用前二阶模态对柔性手臂刚一柔耦合动力学方程进行求解,即 n=2。

## 3 柔性手臂运动仿真实验

## 3.1 垂直面摆动仿真

为便于比较不同材质机械臂的柔性变形,并对其进行模态分析,本文基于 Runge-Kutta 算法,利用 MATLAB 编写了自适应变步长微分方程求解算法,可根据材料特性来调节求解步长,从而避免求解发散,并可对末端弹性振动进行模态分析。柔性手臂的横向变形位移可反映出材质本身的特性。轴向变形对整个手臂运动的影响较小,可忽略。

柔性手臂在重力作用下,由初始角度  $\theta(0)$  = 0 开始摆动。初始时无变形,且  $\dot{\theta}(0) = \ddot{\theta}(0) = 0$ 。 仿真时间为 1s,数据采集频率为 10kHz。

首先,针对铝合金材料的手臂,在 ADAMS 和 MATLAB 中分别进行了仿真,验证自编程序的有效性。图 3 所示为手臂摆动角度曲线对比。

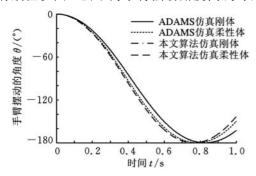


图 3 柔性手臂摆动角度曲线

由图 3 可知 MATLAB 和 ADAMS 仿真刚性 手臂摆动曲线完全一致。仿真柔性手臂时,角度 曲线相比于刚性手臂角度曲线的变化特征一致 (偏差来源于对材质柔性的描述精度不同),且 MATLAB 仿真得到的曲线与已有文献一 致<sup>[12-13]</sup>。说明自编 Runge一Kutta 算法正确,且 可灵活调节求解精度。

图 4~图 7 为采用 MATLAB 仿真时,摆动中不同材质柔性手臂末端的横向变形位移及局部放大、横向变形位移频谱图。

由图 4~图 7 可见,不同材质手臂的变形量 有很大差别,逐级相差可达一个数量级。聚乙烯 材质手臂的变形量太大,不适合做仿人机器人机 构件。由于建模中未考虑运动中的空气阻力和摩 擦力,手臂在重力作用下做等幅摆动(对手臂振动

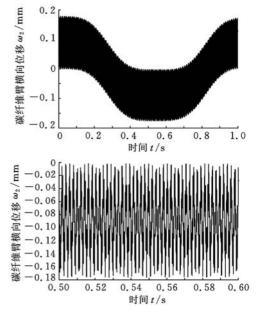


图 4 碳纤维机械臂横向位移及局部放大图

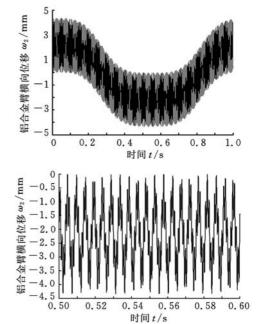


图 5 铝合金机械臂横向位移及局部放大图

位移的激励)。图 4~图 7 末端位移为手臂回转 角引起的弹性变形位移和刚柔耦合角引起的变形 位移之和,不包含手臂回转运动的刚性位移。图 4~图 7 左列主要反映手臂回转角引起的弹性变 形位移,右列主要反映刚柔耦合角引起的变形 位移。

由图 8 所示可知,不同材质手臂的横向变形 频谱图不同。手臂横向变形振动中的一阶频谱幅 值大于二阶频谱幅值。重力作用下自由摆动变形 的频率与实际相符,验证了本文建立的模型及求 解算法有效。

### 3.2 量化对比分析

表 3、表 4 所示为不同材质手臂在垂直面内

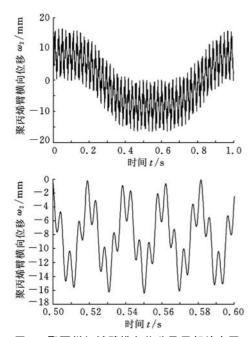


图 6 聚丙烯机械臂横向位移及局部放大图

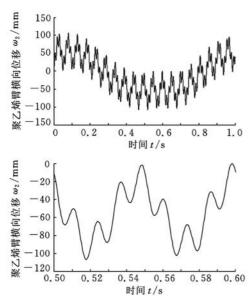
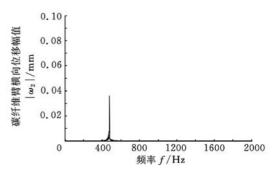


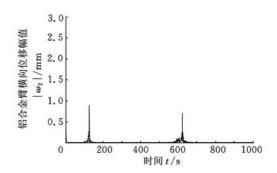
图 7 聚乙烯机械臂横向位移及局部放大图摆动中的横向变形位移量和模态分析。

细长杆的变形量主要取决于弹性模量 *E*, *E* 越大,变形量越小,但并不是线性关系。碳纤维材质手臂柔性变形较小,被动柔顺特性较差,但位置精度高。在要求机器人有较高柔性的场合,聚丙烯材质的手臂较合适。在要求位置精度高的场合,碳纤维和铝合金较合适。聚乙烯适合做仿人机器人表面柔性材料。仿人机器人被动柔顺运动时,末端位置被动柔顺量不应超出末端横向变形量。

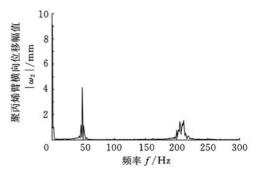
柔性手臂的固有频率与制作材质的长度、横截面积、弹性模量、截面惯性矩、材质密度有关。 在手臂的横截面积和截面惯性矩固定情况下,固



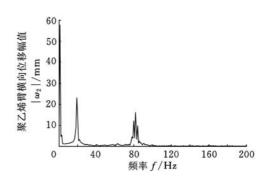
(a)碳纤维机械臂横向位移频谱图



(b)铝合金机械臂横向位移频谱图



(c)聚丙烯机械臂横向位移频谱图



(d)聚乙烯机械臂横向位移频谱图

图 8 垂直面摆动中手臂的横向变形频谱

表 3 不同材质柔性手臂末端横向变形位移

材质	碳纤维	铝合金	聚丙烯	聚乙稀
变形量(mm)	±0.19	±3.95	$\pm 16.82$	$\pm 112.24$
变形量/长度(%)	0.024	0.490	2. 100	14.030

<b>±</b> 1	不同材质的柔性手臂垂直面运动的模态分析
কে +	小问例烦的条件士首举目即达别的误称分别

材质	碳纤维	铝合金	聚丙烯	聚乙烯
一阶模态(mm)	0.09	1.89	8. 32	56.68
二阶模态(mm)	0.007	0.030	0.640	4. 220
一阶振动频率(Hz)	469.45	198.37	48.93	18. 29
一阶固有频率(Hz)	680.65	298.89	73.89	25. 23
二阶振动频率(Hz)	2238	630	210	81
二阶固有频率(Hz)	4284	1889	446	172

有频率与  $E/\rho$  比值成正比关系。4 种材质中,碳纤维的  $E/\rho$  比值最大,对应的固有频率也最大。从表 4 可知,4 种材质的振动频率都比其固有频率小,但远大于手臂自由摆动的频率。手臂的高阶模态对应的幅值比机械臂自由摆动频率对应的幅值要小很多。在仿人机器人手臂运动规划中,摆动频率应避免与对应材质杆件的模态固有频率接近;轨迹规划的精度应该在一阶模态范围内。

## 4 结论

本文基于变分原理建立了刚柔耦合动力学模型,通过对比4种材质手臂的垂直面摆动横向变形位移及振动的一阶、二阶模态,得出下列结论:

- (1)在仿人机器人拟人运动中,末端横向变形量和模态振动远大于刚性材质的工业机器人,材料的柔性不可忽略。
- (2)随着弹性模量与密度比值的增大,手臂固有频率不断增大,手臂的横向变形位移量不断减小。
- (3)碳纤维材质可被近似建模为刚体;聚乙烯 材质不适合制作仿人机器人的机构件,但可考虑 用其制作机器人的柔性外表面;碳纤维和铝合金 比较适合制作机构件;聚丙烯材质适合制作要求 刚度和柔顺综合性能较好的构件。

本文研究成果为仿人机器人柔性手臂的选 材、被动柔顺设计、运动规划和轨迹规划精度提供 了量化参考。通过阻尼设计减小模态振动是仿人 机器人设计中需进一步研究的课题。

#### 参考文献:

- [1] 梁捷,陈力.柔性空间机械臂系统的双环积分滑模 控制[J].中国机械工程,2011,22(16):1906-1912.
- [2] Zarafshan P, Moosavian S A. Manipulation Control of a Space Robot with Flexible Solar Panels[C]// 2010 IEEE/ASME International Conference on Ad-

- vanced Intelligent Mechatronics. Montreal, Canada, 2010;1099-1104.
- [3] Heidari H R, Korayem M H, Haghpanahi M, et al. A New Nonlinear Finite Element Model for the Dynamic Modeling of Flexible Link Manipulators Undergoing Large Deflections [C]//2011 IEEE International Conference on Mechatronics (ICM). Istanbul, Turkey, 2011: 375-380.
- [4] Hu Haidong, Li En, Zhao Xiaoguang, et al. Modeling and Simulation of Folding boom Aerial Platform Vehicle Based on the Flexible Multi body Dynamics[C]//2010 International Conference on Intelligent Control and Information Processing. Dalian, China, 2010; 798-802.
- [5] Gao Hua, Yun Chao, Bian Yushu. Coupling Effect of Flexible Joint and Flexible Link on Dynamic Singularity of Flexible Manipulator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 21(1):9-11.
- [6] Liu Zhuyong, Hong Jiazhen, Cai Guoping. A New Dynamic Model for a Flexible Hub — beam System [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2009, 14(2):245-251.
- [7] 董得忠,郭军,丁希仑,等. 双连杆柔性臂动力学建模与仿真分析[J]. 机械科学与技术,2006,25(4):472-474.
- [8] Pan W, Mao S, Haug E. Efficient Modal Approach for Flexible Multibody Dynamic Simulation [J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2003, 31(1):1-23.
- [9] 杨正贤,孔宪仁,廖俊,等. 大范围运动刚柔耦合系统动力学建模与仿真[J]. 航天环境工程,2011,28 (2):141-146.
- [10] 王从庆,张承龙. 自由浮动柔性双臂空间机器人系统的动力学控制[J]. 机械工程学报,2007,43 (10):197-200.
- [11] 洪昭斌,陈力.具有未知参数漂浮基双臂空间机器 人惯性空间复合自适应控制[J]. 中国机械工程, 2010,21(1):12-16.
- [12] 蔡国平,洪嘉振. 旋转运动柔性梁的假设模态方法 研究[J]. 力学学报,2005,37(1):48-49.
- [13] 白争锋,赵阳,田浩. 柔性多体系统碰撞动力学研究[J]. 振动与冲击,2009,28(6):66-70.

(编辑 何成根)

作者简介:王斌锐,男,1978年生。中国计量学院机电工程学院副教授、博士,机器人学国家重点实验室访问学者。主要研究方向为仿生机器人与智能控制。发表论文 40 余篇。方水光,男,1987年生。中国计量学院机电工程学院硕士研究生。严冬明,男,1985年生。中国计量学院机电工程学院硕士研究生。