

# RTCP 算法中无碰刀轴矢量的确定

章永年 赵东标 陆永华 刘 凯

南京航空航天大学, 南京, 210016

**摘要:** 针对五轴数控加工中主轴头中心角速度超限和非线性误差的问题, 提出了基于旋转轴线性插补的 RTCP 算法, 分析了插补过程中的全局干涉现象, 推导了刀杆偏差系数公式, 得到了 RTCP 模式下的无碰干涉区域, 避免了干涉现象的发生。算法减小了非线性误差, 保证了插补过程中机床旋转轴的运动平稳性, 当刀具长度变化时无需重新通过后置处理生成数控程序, 提高了加工效率。仿真结果证实了算法的可行性。

**关键词:** RTCP; 五轴数控系统; 全局干涉; 非线性误差

**中图分类号:** TP237

**DOI:** 10.3969/j.issn.1004-132X.2012.09.001

## Determination of Collision-free Tool Orientation for RTCP

Zhang Yongnian Zhao Dongbiao Lu Yonghua Liu Kai

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016

**Abstract:** Aiming at reducing the nonlinear errors and preventing angular velocity overrun, a RTCP algorithm based on angle interpolation was proposed herein. The problems of global interference during interpolation were analyzed, and then an interpolation error factor formula was derived. Finally, a collision-free region of RTCP algorithm was obtained. The algorithm can reduce the nonlinear errors effectively, ensure the rotation axes movement smoothly, improve the machining efficiency by ensuring that CNC codes need not to be generated by postprocessing software when tool length changes. Simulation results demonstrate the effectiveness of proposed algorithm.

**Key words:** rotation tool center point(RTCP); 5-axis CNC system; global interference; non-linear error

## 0 引言

在多坐标加工中, 由于受旋转运动的影响, 机床各轴线性插补的合成运动会使实际刀位运动偏离编程直线, 该误差称为非线性加工误差<sup>[1-2]</sup>。非线性误差控制方法主要有刀触点偏置法、线性加密法<sup>[3]</sup>、自适应线性化法<sup>[1]</sup>和 RTCP(rotation tool center point)算法<sup>[4-5]</sup>。其中前三种方法都是在后置处理中对刀位数据进行控制, 当刀具磨损或刀具长度变化时必须重新通过后置处理生成数控程序, 效率低下。而 RTCP 算法可保证插补点始终位于编程轨迹上, 有效减小了非线性误差。

RTCP 算法使得编程坐标直接针对刀具中心而不是坐标的转动中心(头中心)。传统算法要求机床的转轴中心长度正好等于后置处理所考虑的数值, 任何修改都要求重新生成程序。集成 RTCP 算法的数控系统可以直接编写刀具中心轨迹程序, 而不用考虑转轴中心长度。国外的一些高档数控系统如 FANUC、SIEMENS、FIDIA 和

NUM 数控系统中已具备了 RTCP 功能, 但是其核心算法是保密的。

目前, 国内对 RTCP 算法的研究还处于起步阶段。赵薇等<sup>[5]</sup>、Fan 等<sup>[6]</sup>设计了一种集成 RTCP 功能的插补算法, 减小了非线性误差, 但刀轴矢量采用线性插补法; 插补过程中刀轴矢量始终位于首末向量所决定的平面内。由于刀轴矢量与旋转轴角度成非线性关系, 刀轴矢量线性插补法得到的头中心旋转轴角速度可能超限。耿聪等<sup>[7]</sup>提出的大圆弧插补法也有类似的不足。因此本文提出了基于旋转轴线性插补的 RTCP 算法, 保证了旋转轴的角速度限制条件, 然而在实际加工过程中会出现相邻刀位点在不碰区域内而插补时刀具发生干涉的现象。国内外学者对多轴数控加工中的干涉检测算法进行了大量研究<sup>[8-11]</sup>, 但多注重于给定刀具姿态下的干涉问题, 对刀具运动过程中, 尤其是集成 RTCP 功能的全局干涉问题还尚未涉及。

鉴于此, 本文详细分析了基于旋转轴线性插补的 RTCP 算法机理、RTCP 算法插补过程中干涉现象产生的原因, 最后给出了具体的解决方案。

收稿日期: 2011-05-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51005122); 航空科学基金资助项目(2008ZE52049)

# 1 RTCP 算法

对于五轴数控加工来说,从输入加工模型到电机运动,中间一般经过刀触点计算、刀轴矢量确定、后置处理和数控插补几个步骤。其中,刀触点计算模块将输入模型按照一定的精度要求离散成一系列的路径点,刀轴矢量确定模块获取各刀触点的无碰最优刀轴矢量,后置处理模块根据机床运动关系生成由许多微线段构成的数控程序,数控插补模块调用线性插补算法输出脉冲或其他信号控制电机运动。刀触点计算模块和刀轴矢量确定模块统称为前置处理模块,该模块在计算刀位点时假定了相邻刀位点之间的运动轨迹为直线段这样一个前提条件。后置处理生成的数控程序针对的是头中心坐标,图 1 中的  $P_s, P_e$  为刀位点,  $P_s^o, P_e^o$  为头中心。采用线性插补算法插补  $P_s, P_e$  时,头中心的运动轨迹为直线,由于旋转轴的加入,相邻刀位点之间的运动轨迹不一定为直线,这样就产生了非线性误差,如图 1 中的期望插补轨迹与实际插补轨迹不重合。

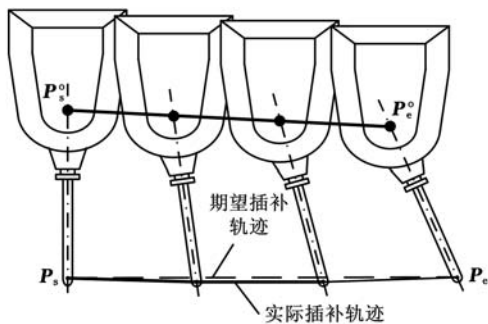


图 1 传统算法示意图

RTCP 算法的本质是将待插补直线段由  $P_s^o, P_e^o$  变为  $P_s, P_e$ , 这样刀位点的运动轨迹就变成了直线段。由于数控系统控制的是头中心坐标,因此还需要进行坐标变换得到相应的头中心坐标,从而控制电机的运动。简单地说,RTCP 算法将 PC 端后置处理中的坐标变换模块(由刀位点计算头中心坐标)转移到数控系统的每次粗插补之后。下面给出 RTCP 算法的详细实现步骤:

(1) 后置处理。设前置处理模块得到的刀位数据为  $(P, u)$ , 以 AB 双摆头机床为例,单位刀轴矢量  $u$  可通过工件坐标系上  $z$  轴单位矢量  $k = (0, 0, 1)^T$  旋转变换  $M = \text{rot}(Y, \phi) \cdot \text{rot}(X, \theta)$  得到,即  $u(\theta, \phi) = Mk$ , 其中

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \cos\theta \sin\phi \\ u_y &= \sin\theta \\ u_z &= \cos\theta \cos\phi \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

这样可以得到刀位点的五轴坐标  $(P, \theta, \phi)$ , 其中

旋转轴坐标由下式确定:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \arcsin u_y & -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2 \\ \phi &= \arctan(u_x/u_z) & -\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(2) 线性插补。通过后置处理得到刀位点坐标后,需要将其转换为数控程序送入数控系统中加工。设直线段起点和终点的坐标为  $(P_s, \theta_s, \phi_s), (P_e, \theta_e, \phi_e)$ , 线性插补方程为

$$[P \ \theta \ \phi]^T = \langle t_1, [P_s \ \theta_s \ \phi_s]^T, [P_e \ \theta_e \ \phi_e]^T \rangle \quad (3)$$

$$\langle a, b, c \rangle = (1-a)b + ac \quad 0 \leq a \leq 1$$

其中,系数  $t_1 \in [0, 1]$ 。

(3) 坐标变换。线性插补得到粗插补刀具中心坐标后,需要计算相应的头中心坐标  $(P^o, \theta^o, \phi^o)$ :

$$\left. \begin{aligned} P^o &= P + L^o u(\theta, \phi) \\ \theta^o &= \theta \\ \phi^o &= \phi \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中,  $L^o$  为刀具中心点到头中心之间的距离。

(4) 速度校核。集成 RTCP 功能后,刀具中心的进给速率  $F$  等于编程速率  $f$ , 而合成的头中心进给速率  $F^o$  可能会大于  $F$ 。如果  $F^o$  太高,则控制系统需要限制它,使之不超出允许的最大进给速率。

经过以上步骤得到的刀位点运动轨迹与期望运动轨迹重合,非线性误差减小了,如图 2 所示。

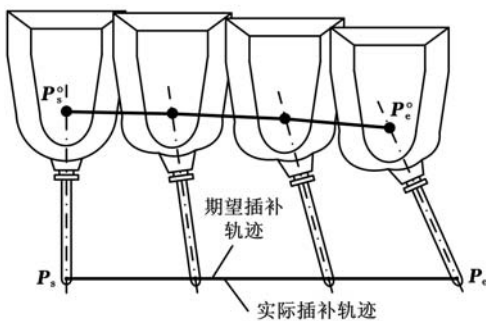


图 2 RTCP 算法示意图

# 2 RTCP 插补过程中的干涉现象

RTCP 算法为五轴数控系统减小了非线性误差,然而由于旋转轴的存在,RTCP 算法在插补过程中刀杆末端的运动轨迹偏离了球面大圆,这样有可能出现干涉现象。

以程序段只有旋转运动的情况为例来说明干涉现象的发生,此时  $P_s = P_e, u_s \neq u_e$ 。以刀位点  $P_s$  为球心  $O$ , 刀具长度  $L$  为半径绘制刀杆末端位置的轨迹空间如图 3 所示,图中程序段始末的刀杆末端位置分别为  $M, N$ 。刀位点  $P_s$  的无干涉区域  $R$  如图 3 中阴影部分所示,其边界记为  $C$ ,显然,

在程序段刀轴矢量确定时,刀轴矢量必须满足无碰条件,即  $M \in R, N \in R$ 。过  $M, N$  的球面大圆弧  $\widehat{MN}$  是  $M, N$  间的最小距离,即测地线。但采用旋转轴线性插补的 RTCP 算法插补时,实际的刀杆末端运动轨迹与大圆圆弧并不重合。此时虽然程序段始末的刀杆位置不发生干涉,但是在插补过程中刀杆末端超出了无干涉区域  $R$  的范围,即发生了干涉。

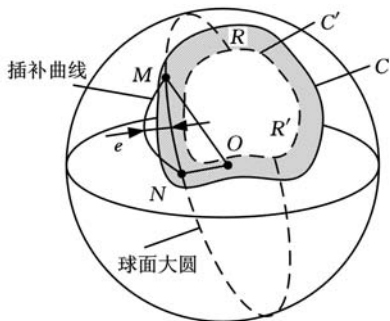


图 3 RTCP 线性插补过程中发生干涉

不失一般性,下面以直线段起点和终点坐标分别为  $(P_s, \theta_s, \phi_s), (P_e, \theta_e, \phi_e)$  为例计算 RTCP 线性插补过程中的刀杆偏差  $e$ 。

### 2.1 刀杆偏差 $e$ 的确定

RTCP 算法中刀杆末端的运动轨迹  $P^E(t)$  为

$$P^E(t) = \langle t, P_s, P_e \rangle + Lu(\theta(t), \phi(t)) \quad (5)$$

其中,  $\theta(t), \phi(t)$  为  $t$  时刻的旋转坐标,由下式确定:

$$[\theta(t) \ \phi(t)]^T = \langle t, [\theta_s \ \phi_s]^T, [\theta_e \ \phi_e]^T \rangle \quad (6)$$

注意到只有旋转运动时,图 3 中的球面大圆弧  $\widehat{MN} = P^A(v)$  由下式确定:

$$\left. \begin{aligned} [P(v) \ u(v)]^T &= \langle v, [P_s \ u_s]^T, [P_e \ u_e]^T \rangle \\ P^A(v) &= P(v) + Lu(v) / |u(v)| \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

进一步将相应坐标代入式(7),有

$$P^A(v) = \langle v, P_s + mu_s, P_e + mu_e \rangle \quad (8)$$

$$m = L[2v(1-v)(u_s \cdot u_e - 1) + 1]^{-0.5} \quad 0 \leq v \leq 1 \quad (9)$$

插补偏差为曲线  $P^E(t)$  与  $P^A(v)$  的最大法向差,对于只有旋转运动的情况即为图 3 中的  $e$ ,然而  $e$  的求取比较困难,可采用连接两曲线中点的直线段长度来近似表示。即

$$e \approx |P^A(0.5) - P^E(0.5)| \quad (10)$$

将式(1)、式(5)、式(6)、式(8)代入式(10)可得

$$e = L\eta = L\sqrt{2(1-E/A)} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{2 + 2\cos\theta_s \cos\theta_e \cos\Delta\phi + 2\sin\theta_s \sin\theta_e} \\ E &= 2\cos\frac{\theta_s - \theta_e}{2} (1 - 2\cos^2\frac{\theta_s + \theta_e}{2} \sin^2\frac{\Delta\phi}{4}) \\ \Delta\phi &= \phi_e - \phi_s \end{aligned}$$

式中,  $\eta$  为刀杆偏差系数。

对于式(11),有

$$(1) \phi_e = \phi_s \text{ 时, } E = A = 2\cos\frac{\theta_s - \theta_e}{2}, e = \eta = 0;$$

$$(2) \theta_s = -\theta_e \text{ 时, } E = A = 2\cos\theta_s \cos\frac{\Delta\phi}{2}, e = \eta = 0;$$

$$(3) \theta_s = \theta_e \text{ 时, } E = 2(1 - 2\cos^2\theta_s \sin^2\frac{\Delta\phi}{4}),$$

$$A = 2\sqrt{1 - \cos^2\theta_s \sin^2\frac{\Delta\phi}{2}}.$$

注意到  $e(\theta_s, \theta_e, \Delta\phi) = e(-\theta_e, -\theta_s, \Delta\phi) = e(\theta_e, \theta_s, \Delta\phi) = e(\theta_s, \theta_e, -\Delta\phi)$ , 即函数  $e(\theta_s, \theta_e, \Delta\phi)$  关于  $\theta_s = -\theta_e, \theta_s = \theta_e, \Delta\phi = 0$  对称。

### 2.2 RTCP 无碰区域的计算

考虑到 RTCP 插补过程中,实际的插补曲线与刀杆末端最短曲线(测地线)偏移了一定的距离  $e$ ,为了避免全局干涉,确定无碰区域时,将无碰区域边界线  $C$  收缩  $ke$  ( $k$  为安全系数,  $k \geq 1$ ) 得到  $C'$ ,以  $C'$  包围的区域  $R'$  作为新的无干涉区域,并以此确定刀轴矢量,则在插补过程中将不会发生干涉现象,如图 3 所示。

综上所述,要想应用 RTCP 算法,除了后置处理和数控插补与传统算法有所不同外,在确定无碰刀轴矢量时也有一定差异。表 1 给出了 RTCP 算法与传统算法的不同点。

表 1 算法比较

	传统算法	RTCP 算法
无碰区域	直接计算	需缩小偏差 $ke$
数控程序	针对头中心	针对刀具中心
数控插补	线性插补	线性插补+坐标变换

### 3 仿真实例

为了验证算法的有效性,进行了如下的仿真实验。

(1)RTCP 插补实验。对表 2 中的相邻刀位点坐标分别采用传统算法和 RTCP 算法进行线性插补,仿真结果如图 4、图 5 所示。比较两图可以得出结论,RTCP 算法保证了相邻刀位点之间的运动轨迹为直线段,减小了非线性误差。

表 2 刀位点坐标

序号	$P$ (mm)	$u$	$(\theta, \phi)$ (°)
1	(0, -60, 0)	(-0.4472, 0, 0.8944)	(0, -25.5626)
2	(0, 0, 0)	(0.4472, 0, 0.8944)	(0, 25.5626)

(2)插补偏差仿真实验。由式(11)绘制给定  $\Delta\phi = 50^\circ$  下的  $\eta - (\theta_s, \theta_e)$  函数关系曲线如图 6 所示。从图 6 可以看出,偏差系数  $\eta$  关于直线  $\theta_s = -\theta_e$  和  $\theta_s = \theta_e$  对称,  $\eta_{\max}$  存在于  $\theta_s$  或  $\theta_e$  为最大 /

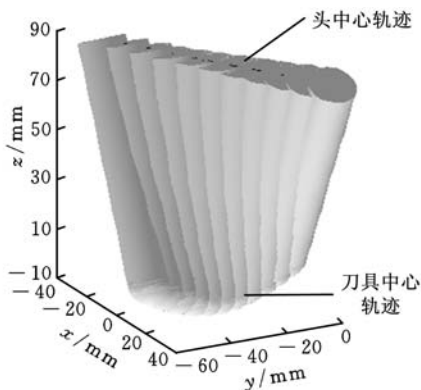


图 4 传统算法插补图

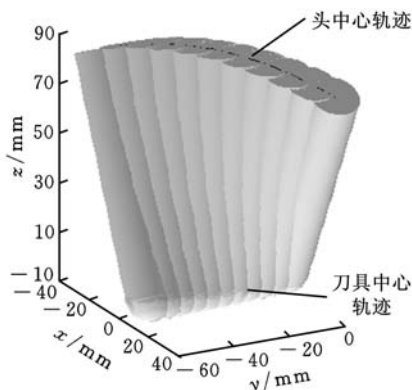


图 5 RTCP 算法插补图

小值处。不同  $\Delta\phi$  下的  $\eta - (\theta_s, \theta_e)$  关系图与图 6 类似,只是幅值有所不同,计算不同  $\Delta\phi$  下的  $\eta_{\max}$ ,绘制曲线如图 7 所示。从图 7 可以看出,  $\eta_{\max}$  随着  $\Delta\phi$  的增大而增大。

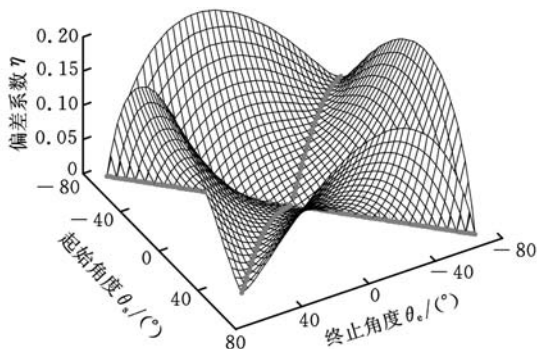


图 6  $\eta - (\theta_s, \theta_e)$  函数关系图

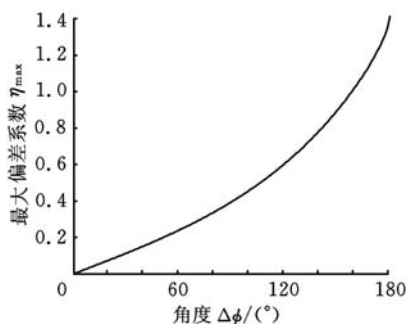


图 7  $\eta_{\max} - \Delta\phi$  函数关系图

(3)RTCP 插补无碰刀轴矢量实验。待加工的整体叶轮如图 8 所示,其中一刀位点的刀杆末

端轨迹如图 9 所示,通过计算得到的无碰区域为无碰边界 1 包围的区域,图中 A、B 两点为相邻刀位点的刀杆末端位置,采用式(1)~式(4)进行 RTCP 插补得到的插补曲线超过了无碰区域,发生了干涉。将无碰边界 1 内缩  $ke$  后得到 RTCP 算法的无碰边界 2,将 B 点移至无碰边界 2 包围的无碰区域内重新插补则不会发生干涉现象。

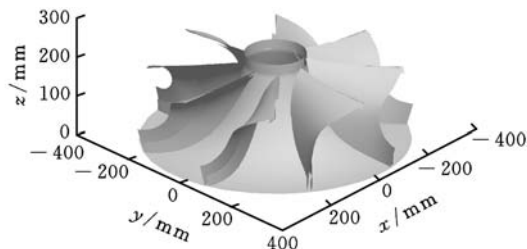


图 8 整体叶轮

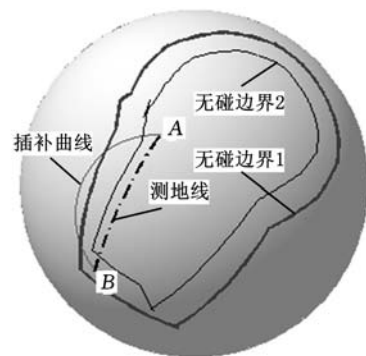


图 9 RTCP 插补过程中干涉仿真图

#### 4 结语

为了减小非线性误差,本文提出了基于旋转轴线性插补的 RTCP 算法,并就该算法在插补过程中出现的干涉现象进行了深入的理论分析,仿真实验表明  $\Delta\phi$  很大时必须考虑插补过程中刀杆末端偏差。仿真结果证实了算法的可行性。

#### 参考文献:

- [1] 周艳红,周济. 五坐标数控加工的理论误差分析与控制[J]. 机械工程学报, 1999, 35(5): 54-57.
- [2] 吴大中,王宇晗,冯景春,等. 五坐标数控加工的非线性运动误差分析与控制[J]. 上海交通大学学报, 2007, 41(10): 1608-1612.
- [3] 王丹,陈志同,陈五一. 五轴加工中非线性误差的检测和处理方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(9): 1003-1006.
- [4] 郑颺默,林许,张晓辉,等. 基于实时插补的五轴加工非线性误差控制[J]. 小型微型计算机系统, 2010, 31(7): 1389-1392.
- [5] 赵薇,高春,马跃,等. 通用 RTCP 算法的研究与设计[J]. 小型微型计算机系统, 2008, 29(5): 980-984.

# 区间不确定系统迭代学习控制的单调收敛性

李宏胜 刘 娣 滕福林 黄家才 张建华

南京工程学院, 南京, 211167

**摘要:** 针对离散线性时不变系统, 研究了参数区间不确定迭代学习控制系统(IILC)的单调收敛性条件, 并针对常见的离散 PD 型 ILC 算法, 给出了在  $l_\infty$  范数意义下区间不确定迭代学习控制系统单调收敛性的判断方法, 数字仿真结果证明了其有效性。

**关键词:** 区间迭代学习控制; 单调收敛; 离散线性时不变系统; 区间不确定

**中图分类号:** TP13; TP242

**DOI:** 10.3969/j.issn.1004-132X.2012.09.002

## On Monotonic Convergence of Iterative Learning Control for Interval Uncertainty Discrete-time System

Li Hongsheng Liu Di Teng Fulin Huang Jiakai Zhang Jianhua

Nanjing Institute of Technology, Nanjing, 211167

**Abstract:** Monotonic convergence of interval iterative learning control for discrete linear time invariant system with interval uncertainty was discussed. For commonly used algorithms of discrete PD iterative learning control, the monotonic convergence condition in the  $l_\infty$ -norm topology was checked specially. Simulation results show that the approach is effective.

**Key words:** interval iterative learning control; monotonic convergence; discrete linear time invariant system; interval uncertainty

### 0 引言

许多运动控制系统需进行沿某轨迹的重复运动, 例如数控机床沿一定的轨迹重复加工零件, 机械手重复执行某一运动过程。通常的控制算法并未考虑此类运动的重复特性, 每一次运行跟随误差都重复产生, 跟踪精度不高。而且由于控制对象存在非线性因素且模型具有不确定性, 因而使得设计高性能的常规控制器较为困难。迭代学习控制是一种较新的智能控制方法, 它首先由

Arimoto<sup>[1]</sup>提出并应用于机械手的控制中。近年来迭代学习控制理论体系越来越成熟<sup>[2]</sup>, 应用日益广泛。

迭代学习控制的基本思想是, 通过学习每次运动的误差, 对控制量进行前馈修正, 从而在下次运动时提高运动的精度。它不需要精确的系统模型, 对系统的未建模特性具有一定的鲁棒性, 实时计算量小, 在一定的条件下可保证迭代收敛。迭代学习控制通常要求运动轨迹、初始条件和系统特性具有重复性, 并要有足够的存储器来存储上次运动控制的信息<sup>[3-4]</sup>。

概率方法、模糊方法和区间方法是目前不确定性建模的三种主要方法。概率方法和模糊方法

收稿日期: 2011-02-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61104085); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2009350, BK2011689)

[6] Fan S T, Yang W P, Dong C J. RTCP Function in Five-axis Machining[J]. Key Engineering Materials, 2011, 464: 254-259.

[7] 耿聪, 于东, 张晓辉. 五轴联动数控加工中的刀具轨迹控制算法[J]. 中国机械工程, 2010, 21(24): 2904-2909.

[8] Lee Y S, Chang T C. 2-phase Approach to Global Tool Interference Avoidance in 5-axis Machining [J]. Computer - Aided Design, 1995, 27(10): 715-729.

[9] Ho S, Sarma S, Adachi Y. Real-time Interference Analysis Between a Tool and an Environment[J]. Computer-Aided Design, 2001, 33(13): 935-947.

[10] Oleg I, Gershon E, Dan H, et al. Precise Global

Collision Detection in Multi-axis NC-machining [J]. Computer - Aided Design, 2005, 37(9): 909-920.

[11] Ron W, Gershon E. Continuous Path Verification in Multi-axis NC-machining[J]. International Journal of Computational Geometry and Applications, 2005, 15(4): 351-377. (编辑 王艳丽)

**作者简介:** 章永平, 男, 1984年生。南京航空航天大学机电学院博士研究生。主要研究方向为数控技术、机电控制及其自动化。发表论文5篇。赵东标, 男, 1963年生。南京航空航天大学机电学院教授、博士研究生导师。陆永华, 男, 1977年生。南京航空航天大学机电学院副教授。刘 凯, 男, 1981年生。南京航空航天大学机电学院副教授。