

圆柱扭转弹簧扭矩计算方法的改进

李宝福 刘平芳 樊俊伟

上海大学,上海,200072

摘要:对圆柱螺旋扭转弹簧组件进行有限元接触分析,模拟了扭转弹簧在扭转变形过程中弹簧丝、弹簧座和芯轴之间的相互作用。模拟分析表明,随着扭转弹簧和芯轴之间接触区的演变,扭转弹簧的扭转变形存在明显的阶段性。根据模拟结果,按弯曲梁理论推导出了扭转弹簧的分段线性扭矩—转角公式。提出的圆柱螺旋扭转弹簧扭矩计算方法在自动张紧轮扭转弹簧的设计中取得了满意的效果。与不考虑芯轴的支撑作用的传统设计方法相比,该计算方法具有更高的精度。

关键词:圆柱扭转弹簧;自动张紧轮;有限元接触分析;扭曲变形

中图分类号:U464.2

文章编号:1004—132X(2010)19—2318—04

A Revised Solution for Moment—deflection Relation of Torsion Spring

Li Baofu Liu Pingfang Fang Junwei

Shanghai University, Shanghai, 200072

Abstract: The interaction between a helical torsion spring and its accessories (spring seats and spindle) was investigated with finite element contact analysis. The result of simulation shows that the twist deformation of the spring can be divided approximately into several stages by the variety of contact regions between the spring parts. Accordingly, a piecewise linear relation of moment—deflection was established based on elementary theory of beam. It has been proved that the equations present herein are more precise than the classical algorithms which take no account of the effect of spring accessories.

Key words: helical torsion spring; auto—tension pulley; finite element contact analysis; twist deformation

0 引言

汽车自动张紧轮是发动机正时机构和前端附件带传动系统的张紧装置^[1],其张紧力、张紧刚度和阻尼等力学特性对发动机的正时精度、轴系的运动平稳性和皮带寿命等有重要影响。这些力学特性主要由自动张紧轮中的扭转弹簧决定。如何精确设计扭转弹簧是自动张紧轮设计中的一个关键问题。

长期以来,工程上主要采用一组简化设计计算公式,进行扭转弹簧的强度和刚度设计^[2-4]。这组设计公式基于以下假设:①只考虑弹簧丝的弯

曲变形,忽略弹簧丝的扭转、剪切和拉伸变形的影响;②扭转变形中弹簧始终保持圆柱螺旋状态。在这个计算模型中,弹簧的转角和扭矩是线性的。在此基础上,有人研究了弹簧节距、弹簧丝曲率、轴线倾斜^[5]等对弹簧强度和刚度的影响,并提出了相应的修正公式。注意到这些设计模型均以弹簧丝作为独立的研究对象,很少考虑弹簧座、芯轴的支撑作用。然而,在实际应用中扭转弹簧往往和弹簧座、芯轴等零件配套使用,弹簧丝的变形不可避免地受到它们的影响而表现出明显的非线性。因此,上述设计方法可以用于估算扭转弹簧的刚度和强度,但计算精度往往不能满足一些工

收稿日期:2009—10—09

[6] Huang Yumei, Fu Weiping, Tong Junxian. A Method of Acquiring Applied Tangential Damping Parameters of Joint Surfaces[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 1996,12(1):1-5.

[7] Etsion I, Front I. A Model for Static Sealing Performance of End Face Seals[J]. Tribology Transactions, 1994,37(1):111-119.

[8] Polycarpou A A, Etsion I. Analytical Approximations in Modeling Contacting Rough Surfaces[J]. Journal of Tribology, 1999,121(2):234-239.

[9] 田红亮,朱大林,秦红玲.两弹性接触粗糙低速滑动表面温升的分形模型[J].三峡大学学报:自然科学

版,2010,32(2):65-71.

[10] Pisano A A, Fuschi P. Closed Form Solution for a Nonlocal Elastic Bar in Tension[J]. International Journal of Solids and Structures, 2003,40(1):13-23.

(编辑 卢湘帆)

作者简介:秦红玲,女,1978年生。三峡大学机械与科学学院讲师,武汉理工大学可靠性工程研究所博士研究生。主要研究方向为摩擦学及表面工程。发表论文8篇。田红亮,男,1973年生。三峡大学机械与材料学院讲师。朱大林,男,1960年生。三峡大学机械与材料学院教授。

程设计要求。

本文以汽车自动张紧轮为应用对象,探讨圆柱螺旋扭转弹簧组件的变形规律,提出更为精确的扭矩计算方法。

1 扭簧组件的有限元分析

图 1 是一种汽车自动张紧轮的结构简图。扭转弹簧 5 安装在底板 1 和偏心轮 3 之间,为皮带轮 6 提供扭力,使皮带轮 6 压紧皮带,从而提供张紧力。在图 1 中,扭转弹簧 5 的变形受到了底板 1、偏心轮 3 和弹簧套座 4 等多个零件的制约,表现出的力学行为是相关零件共同作用的结果。这些相关零件构成了弹簧组件。为了便于讨论,我们将弹簧组件简化成由 4 个零件组成的弹簧组件:弹簧、上端面弹簧座、下端弹簧座和芯轴。其中上下弹簧座限制弹簧的轴向变形,芯轴限制弹簧内径方向的变形。

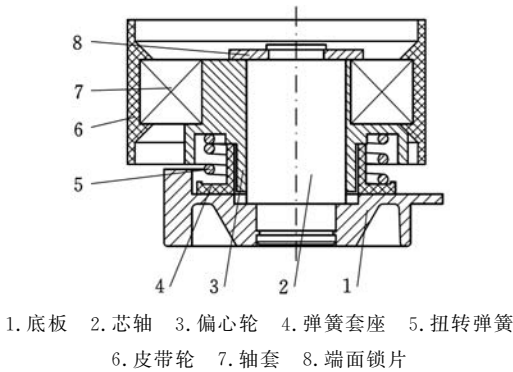


图 1 汽车自动张紧轮

在扭转弹簧变形过程中,扭转弹簧组件各零件之间的作用关系比较复杂。下面用有限元接触分析模拟扭转弹簧的变形过程,研究扭转弹簧的变形规律。

1.1 有限元分析模型

应用有限元分析软件 ANSYS 模拟扭转弹簧的变形过程。鉴于分析的目的是揭示弹簧的变形规律,为了提高分析效率,可以建立较为简化的分析模型。于是,我们假设:①弹簧的首末 1/2 圈为平圈,忽略工作臂,其余各圈均等节距;②芯轴为圆柱体刚体;③上下两个端面的弹簧座为刚性平面。

弹簧用 3D 梁单元 BEAM4 离散。弹簧丝和芯轴、弹簧的首末圈分别和上下端面弹簧之间的接触关系均用 CONTA175 和 TARGE170 接触单元模拟。

扭转弹簧变形过程的模拟分两个加载步骤进行:

(1)上弹簧座向下平移,压缩弹簧到工作高度;

(2)对弹簧末端施加角位移,扭转弹簧。

1.2 结果及分析

取表 1 所示的弹簧参数,弹簧丝材料为 65Mn。对扭转弹簧首端先后施加两种约束:完全固定和周向位移固定,分别进行有限元分析,结果如图 2 和图 3 所示。

表 1 弹簧参数

参数	数值	参数	数值
簧丝直径 d (mm)	2.3	自由高度 h_0 (mm)	15
中径 D_0 (mm)	35	工作高度 h (mm)	9.15
有效圈数 n_0	2.904	芯轴直径 d_1 (mm)	28.5

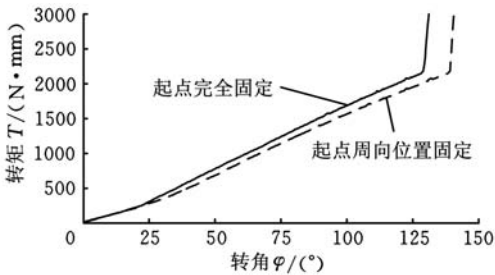


图 2 扭矩—转角曲线

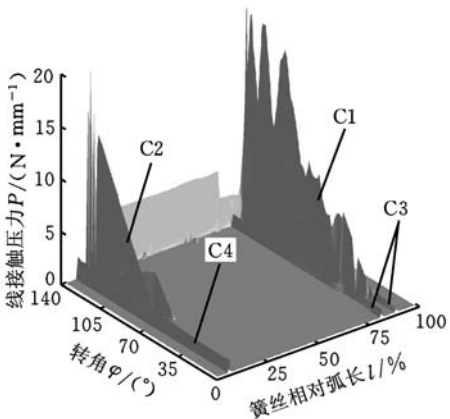


图 3 接触区和接触力分布(末端完全固定)

1.2.1 扭矩—转角的关系

扭矩—转角曲线如图 2 所示。从图 2 可知,扭转曲线不是直线,即扭转刚度不是常数。扭矩—转角曲线大致可分为三段,对应于扭转弹簧扭转变形的三个阶段,每段曲线接近直线。第一段在较小的转角内完成,斜率较小;第二段的斜率较第一段明显增大;第三段的斜率急剧增大。

1.2.2 接触区和接触力分布特点

弹簧丝在扭转变形过程中受到的弹簧座和芯轴反力分布如图 3 所示。在图 3 中,水平横轴表示弹簧丝的相对弧长,用百分比表示,0 代表簧丝首端,100%表示末端;水平纵轴表示弹簧的转角,竖轴表示弹簧受到的线接触压力。

在图 3 中,明显存在着几个集中的接触峰。其中,接触峰 C3 和 C4 分别表示上下弹簧座对首末圈的轴向压力,在整个变形过程中一直存在;接触峰 C1 和 C2 则是来自芯轴的径向接触力。变

形初期没有径向接触力;随着转角的增大,径向接触力出现且逐步增大,但接触部位集中在首末约 1/4 圈附近极窄的区间内;最后,簧丝的所有部位都和芯轴接触,接触压力迅速上升。由此可见,根据弹簧和芯轴之间的接触关系,扭转变形可分为 4 个阶段:

- (1) 弹簧和芯轴没有接触。
- (2) 弹簧丝末端 1/4 圈处和芯轴一点接触,接触压力随转角的增大而增大。
- (3) 弹簧丝首末端 1/4 圈处和芯轴两点接触,接触压力随转角的增大而增大。
- (4) 接触区几乎遍布整个弹簧,接触压力迅速增大。

图 3 中的 C1 峰早于 C2 峰形成,是由于弹簧首端径向固定而末端径向位移未受限制的缘故。若弹簧首末端的约束相同,则上述第(2)阶段合并到第(3)阶段,变形过程可分为:无接触→两点接触→全接触。

2 修正公式

根据有限元分析结果中的接触区和接触力分布特点,按梁弯曲理论推导扭转弹簧的转矩—转角公式。

2.1 第 1 阶段变形

在这一阶段中,弹簧和芯轴不接触。扭转弹簧、弹簧丝发生弯曲,弹簧轴线逐步倾斜,直到首末 1/4 圈和芯轴接触。将弹簧视为曲梁,取一半弹簧进行分析,其力学模型如图 4 所示。图 4 中, A 点和 C₁ 点分别是扭转弹簧的首端和第 1/4 圈处, θ 为半根弹簧的绕制角度。当自由状态下的弹簧圈数为 n_0 时, $\theta = \pi n_0$ (rad)。

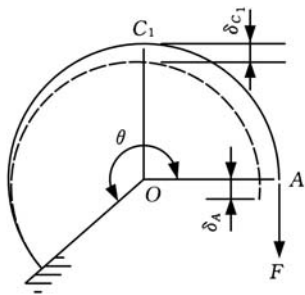


图 4 第 1 阶段弹簧的力学模型

应用莫尔积分原理,容易求得在力 F 作用下 A 点的周向位移和 C₁ 点的径向位移分别为

$$\delta_A = \alpha_A \frac{FD_0^3}{8EI} \quad (1)$$

$$\delta_{C_1} = \alpha_{C_1} \frac{FD_0^3}{8EI} \quad (2)$$

$$\alpha_A = \frac{3}{2}\theta - 2\sin\theta + \frac{\sin 2\theta}{4}$$

$$\alpha_{C_1} = \begin{cases} 4m+1+\frac{\phi}{2}-\cos\phi-\frac{\sin 2\phi}{4} & 0 \leq \phi < \pi \\ 4m+3+\pi-\frac{\phi}{2}+\cos\phi+\frac{\sin 2\phi}{4} & \pi \leq \phi < 2\pi \end{cases}$$

$$\phi = \theta - (2m + \frac{1}{2})\pi \quad 0 \leq \phi < 2\pi$$

式中, E 为弹簧丝的弹性模量; I 为弹簧丝的截面惯性矩; D_0 为自由状态下的弹簧中径; m 为自然数。

设芯轴外径为 d_1 , 弹簧丝直径为 d , 则 C₁ 点和芯轴的初始间隙为 $\frac{1}{2}(D_0 - d_1 - d)$ 。显然, 弹簧扭矩 $T \approx \frac{1}{2}D_0F$ 。于是, 可得消除上述间隙所需施加的转扭, 本文称为第一线性极限转矩, 其计算式为

$$T_1 = \frac{2(D_0 - d_1 - d)EI}{\alpha_{C_1} D_0^2} \quad (3)$$

与 T_1 对应的转角称为第一线性极限转角, 其计算式为

$$\varphi_1 = \frac{2\alpha_A(D_0 - d_1 - d)}{\alpha_{C_1} D_0} \quad (4)$$

此时的扭转刚度称为第一扭转刚度, 其计算式为

$$K_{t1} = \frac{T_1}{\varphi_1} = \frac{\pi Ed^4}{16\alpha_A D_0} \quad (5)$$

2.2 第 2 阶段变形

在第 2 阶段中, 弹簧和芯轴只有两个接触点, 分别位于首末 1/4 圈处。弹簧受力如图 5a 所示, 其中, F_A 为作用于末端的驱动力, F_B 为作用于首端的支撑反力, N_{C_1} 、 N_{C_2} 为芯轴反力, F_{f1} 、 F_{f2} 为摩擦力。若忽略摩擦力, 根据静力平衡原理, 则 $F_A = F_B = N_{C_1} = N_{C_2}$, F_A 和 N_{C_1} 、 F_B 和 N_{C_2} 分别构成一对力偶。因此, 首末 1/4 圈簧丝可按弯曲梁处理(图 5b), 其余部分弹簧丝受到的载荷只有弯矩, 按纯弯曲处理。

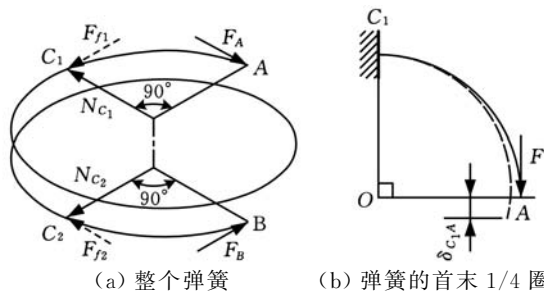


图 5 第 2 阶段弹簧的力学模型

在图 5b 中, 由式(1), 在力 F 作用下, A 点相对 C₁ 点的切向位移为

$$\delta_{C_1A} = (\frac{3}{4}\pi - 2) \frac{FD_0^3}{8EI}$$

当转矩增加 ΔT 时, 弹簧丝的 C₁A 部分和 BC₂ 部分(图 5a) 的相对转角增量均为

$$\Delta\varphi_{C_1A} = \Delta\varphi_{BC_2} = (\frac{3}{8}\pi - 1) \frac{D_0}{EI} \Delta T$$

同时, C_2C_1 部分纯弯曲, 相对转角增量为

$$\Delta\varphi_{C_2C_1} = \frac{\pi(n_0 - 0.5)D_0}{EI} \Delta T$$

当转矩 T 由 T_1 增加为 $T_1 + \Delta T$ 时, 弹簧转角增量为

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_{BC_2} + \Delta\varphi_{C_2C_1} + \Delta\varphi_{C_1A}$$

即

$$\Delta\varphi = \pi(n_0 + \frac{1}{4} - \frac{2}{\pi}) \frac{D_0}{EI} \Delta T$$

令 $K_{t2} = \Delta T / \Delta\varphi$, 本文称 K_{t2} 为扭转弹簧的第二扭转刚度, 有

$$K_{t2} = \frac{EI}{\pi(n_0 + \frac{1}{4} - \frac{2}{\pi})D_0} \tag{6}$$

本阶段弹簧的变形将持续到弹簧丝和芯轴之间的间隙完全消失。间隙完全消失时的转角称为第二线性极限转角 φ_2 。容易推导出 φ_2 的计算公式为

$$\varphi_2 = \frac{2\sqrt{h_0^2 - h^2 + \pi^2 n_0^2 D_0^2}}{d + d_1} - 2\pi n_0 \tag{7}$$

与 φ_2 对应的最大扭转称为第二极限扭矩, 其计算式为

$$T_2 = T_1 + K_{t2}(\varphi_2 - \varphi_1) \tag{8}$$

在第 1 阶段的变形期间, 芯轴对弹簧的单点接触力为

$$N_c = \frac{2(T - T_1)}{d_1 + d} \tag{9}$$

2.3 有摩擦力时的转矩计算模型

假设芯轴固定, 弹簧和芯轴的摩擦力满足库仑定律, 摩擦因数为 f_s , 在加载过程(弹簧沿绕制方向收紧)中, C_1 点沿绕制方向在芯轴上滑动, C_2 点静止(图 5a)。由式(5)、式(6) 和式(9), 转矩 T 关于转角 φ 的函数可表达为

$$T(\varphi) = \begin{cases} K_{t1}\varphi & 0 \leq \varphi \leq \varphi_1 \\ K_{t1}\varphi_1 + (1 + f_s)K_{t2}(\varphi - \varphi_1) & \varphi_1 < \varphi \leq \varphi_2 \end{cases} \tag{10}$$

同理, 卸载过程中的转矩 T 可表达为

$$T(\varphi) = \begin{cases} K_{t1}\varphi & 0 \leq \varphi \leq \varphi_1 \\ K_{t1}\varphi_1 + (1 - f_s)K_{t2}(\varphi - \varphi_1) & \varphi_1 < \varphi \leq \varphi_2 \end{cases} \tag{11}$$

3 工程实例验证

笔者按式(3)~式(11)设计一种自动张紧轮中的扭转弹簧, 取得了比较满意的效果。表 2 给出了该张紧轮一种扭转弹簧试件的实测值和理论计算值。理论值分别按传统理论公式和本文提出的修正公式计算。扭转弹簧参数同表 1。该张紧轮采用尼龙弹簧座和尼龙轴套(芯轴), 弹簧工作臂的径向位置半固定。测量时, 为了消除摩擦力的影响,

弹簧的扭矩取加载和卸载时对应的扭矩的平均值。从表 2 可知, 本文提出的修正公式较传统公式更加接近实测值, 较好地反映了扭转弹簧的非线性变形规律。但也存在一些问题: ①与实测值相比, 修正公式计算的极限转角偏大。主要原因是弹簧和芯轴之间的接触并非全刚性, 各个阶段之间有一个过渡过程。②修正公式给出的第一扭转刚度偏小。主要原因是第一阶段弹簧的力学模型中只考虑弯曲变形, 未计入弹簧丝的扭转变形以及弹簧在扭转过程中轴线倾斜带来的影响。

表 2 实例比较

参数	实测值	经典公式 计算值	修正公式 计算值
第一扭转刚度 K_{t1} ($N \cdot mm/(^\circ)$)	11.7	15.0	10.6
第一极限转角 φ_1 ($^\circ$)	23.5		34.3
第一极限转矩 T_1 ($N \cdot mm$)	274.1		362.5
第二扭转刚度 K_{t2} ($N \cdot mm/(^\circ)$)	17.5	15.0	17.3
第二极限转角 φ_2 ($^\circ$)	138.5	143.4	143.4
第二极限转矩 T_2 ($N \cdot mm$)	2161	1852	2153

4 结束语

本文根据弹簧和芯轴的接触特点, 将扭转弹簧变形划分为三个阶段: 无接触阶段、两点接触阶段、全接触阶段, 并导出了分段线性的扭矩计算公式。这组公式由于考虑了弹簧座的支撑作用, 对于圈数较少的弹簧而且弹簧与芯轴间隙较小的弹簧组件具有较高的计算精度。

参考文献:

[1] 刘红宇. 汽车发动机张紧轮的应用与设计[J]. 轴承, 2008(11): 5-8.

[2] 中华人民共和国机械电子工业部. GB/T 1239.6—1992. 圆柱螺旋扭转弹簧设计计算[S]. 北京: 中国标准出版社, 1993.

[3] 徐灏. 机械设计手册(第 4 卷)[M]. 北京: 机械工业出版社, 1995.

[4] 姚文斌, 何天淳. 圆柱组合扭转螺旋弹簧的优化设计[J]. 机械设计与制造, 2000(3): 38-39.

[5] Wu M H, Hsu W. Investigation of Torsion Springs by Considering the Friction and the End Effect[J]. Journal of Mechanical Design, 1999, 121(12): 628-633.

(编辑 马尧发)

作者简介: 李宝福, 男, 1968 年生。上海大学机电工程及自动化学院副教授。主要研究方向为机械制造、测控技术。发表论文 10 篇。刘平芳, 男, 1984 年生。上海大学机电工程及自动化学院硕士研究生。樊俊伟, 女, 1987 年生。上海大学机电工程及自动化学院硕士研究生。