# 基于桨叶模态修型的直升机减振优化

## 王红州 刘 勇 张呈林

南京航空航天大学直升机旋翼动力学国家重点实验室,南京,210016

摘要:基于 Hamilton 原理推导了模态修型减振优化的有限元动力学模型,通过修改桨叶的剖面刚度和线密度来改变结构的动力学模态。以最小振动载荷为目标函数,以桨叶剖面刚度及质量为设计变量,以桨叶的频率、自转惯量、质量及模态修型参数等为约束条件,进行了减振优化。算例表明:在约束条件都满足的情况下,优化后,3/转的桨根剪力减小了55.4%,4/转的桨根剪力减小了66.5%,5/转的桨根剪力减小了53.4%,优化效果明显。

关键词:气弹动力学模型;模态修型;减振优化;有限元模型

中图分类号: V211.47; V214.1

文章编号:1004-132X(2010)10-1157-05

### Helicopter Rotor Vibration Reduction Optimization by Modal Shaping of Blades

Wang Hongzhou Liu Yong Zhang Chenglin National Key Laboratory of Rotorcraft Aeromechanics,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016

Abstract: The aeroelastic and modal shaping finite element dynamics model was derived from Hamilton theory. It can be analyzed the systematic structural dynamics by changing the stiffness and mass of blade section. The stiffness and mass of blade section were used as design variables, constraints on frequency placement, autorotational inertia, mass and MSP were included, the objective function was to minimize the blade vibration. Finally, compared with the optimization results of the designed model, the result shows that the optimum solution results will cause 55.4% reduction of the 3/rev rotor blade root shears, 66.5% reduction of 4/rev rotor blade shears and 53.4% reduction of the 5/rev rotor blade shear under the constrained conditions.

**Key words:** aeroelastic dynamics model; modal shaping; optimization for vibration reduction; finite element model

## 0 引言

目前,国内外已在模态修型及振动系统的动力学修改方面开展了较多的研究,但通过模态修型来实现直升机减振目的的研究还较少。Taylor<sup>[1]</sup>通过模态修型方法进行了直升机桨叶的动力学修改研究,指出减小模态修型系数可减小桨叶通过桨载传到机身的振动载荷,研究结果显示,通过模态修型方法能使传到桨载的振动载荷减少70%,同时,疲劳载荷降低20%~30%。Pritchard等<sup>[2]</sup>开展了通过修改桨叶分布质量来优化减振的研究,使用有限元法建立了动力学模型,提出了模态修型的减振方法,并指出此法对于一阶谐波载荷下的一阶模态振动载荷的减振有效,而不适宜处理多阶模态的振动问题。

国内在动力学修改方面也开展了很多研究。 1987年,胡海昌<sup>[8]</sup>提出和推导了使用摄动法及局部修改法对刚度和质量进行修改进而进行动特性研究。2000年,傅志方等<sup>[4]</sup>开展了结构动力学的 修改研究,他们推导了结构参数修改引起动力特性改变的"正问题",也研究了使系统的动特性满足预定的要求或避开某个范围而改变结构参数的"反问题"。

本文在直升机旋翼气弹有限元模型基础上推导了旋翼桨叶模态修型减振模型,并对旋翼桨叶进行了单次谐波载荷下的多阶模态的减振优化。

## 1 模型推导

## 1.1 旋翼气弹动力学模型

基于 Hamilton 原理的桨叶及机身运动方程为

$$\delta \Pi = \int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta T - \delta W) \, \mathrm{d}t = 0 \tag{1}$$

式中, $\delta U$  为应变能的改变量; $\delta T$  为动能的改变量; $\delta W$  为外力功的改变量。

旋翼应变能、动能及外力功引起的变化主要 是由于每片桨叶上应变能、动能及外力功叠加在 一起的缘故,应变能、动能及外力功的变分可写为

$$\delta U = \delta U_{R} + \delta U_{F} = \left(\sum_{b=1}^{N_{b}} \delta U_{b}\right) + \delta U_{F} \tag{2}$$

$$\delta T = \delta T_{\rm R} + \delta T_{\rm F} = (\sum_{b=1}^{N_b} \delta T_{\rm b}) + \delta T_{\rm F}$$
 (3)

$$\delta W = \delta W_{\rm R} + \delta W_{\rm F} = (\sum_{a}^{N_b} \delta W_{\rm b}) + \delta W_{\rm F}$$
 (4)

式中, $U_R$  为旋翼应变能; $U_F$  为机身应变能; $U_b$  为桨叶的 应变能; $T_R$  为旋翼动能; $T_F$  为机身动能; $T_b$  为桨叶动能;  $W_R$  为旋翼外力功; $W_F$  为机身外力功; $W_b$  为桨叶外 力功。

值得注意的是,对于第 b 片桨叶,当变距拉杆 是弹性杆时, $\delta U_b$ 也包括变距拉杆的应变能。上 述各公式推导后,将边界条件代入式(1),最后形 成的动力学方程为

$$M(q)\ddot{q} + C(q)\dot{q} + K(q)q = Q$$
 (5)

式中,M(q) 为系统质量矩阵;C(q) 为系统阻尼矩阵;K(q)为系统刚度矩阵;Q为系统所受外力载荷矩阵;q为系统运 动位移。

利用 Lancozos 法可解出桨叶模态频率及 振型。

#### 1. 2 模态修型减振模型

旋翼桨叶振动控制方程为

$$\ddot{\boldsymbol{q}}_{i} + 2\boldsymbol{\xi}_{i}\boldsymbol{\omega}_{i}\dot{\boldsymbol{q}}_{i} + \boldsymbol{\omega}_{i}^{2}\boldsymbol{q}_{i} = \boldsymbol{F}_{i}/(\boldsymbol{M}_{i}R)$$

$$\boldsymbol{F}_{i} = \int_{e}^{1} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{f}}{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}\boldsymbol{\phi}_{i}\mathrm{d}\boldsymbol{x}$$

$$\boldsymbol{M}_{i} = \int_{e}^{1}\boldsymbol{\phi}_{i}^{2} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{m}}{\mathrm{d}\boldsymbol{x}}\mathrm{d}\boldsymbol{x}$$

$$(6)$$

式中, $\omega_i$  为第i 阶模态的固有频率; $q_i$  为系统广义位移坐 标; $q_i$  为系统速度; $q_i$  为系统加速度; $F_i$  为对应第i 阶模态 的广义力,由所有谐波载荷叠加而成; 5. 为模态阻尼系数; R 为桨叶半径; $M_i$  为广义质量; $\phi_i$  为桨叶模态振型向量; df/dx 为桨叶展向气动载荷分布; dm/dx 为桨叶展向质量 分布;e 为旋翼桨叶当量铰挥舞量。

气动分布的多项式展开式为

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x_k} = A_{0k} + A_{1k}x + A_{2k}x^2 + \dots + A_{Nk}x^N \qquad (7)$$

$$\mathbf{S}_{ik} = R\mathbf{q}_{ik}\mathbf{\omega}_i^2 \left[ \mathbf{\phi}_i \, \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x \right] \qquad (8)$$

$$\mathbf{S}_{ik} = R\mathbf{q}_{ik}\boldsymbol{\omega}_{i}^{2} \left[ \boldsymbol{\phi}_{i} \frac{\mathrm{d}m}{1-\epsilon} \mathrm{d}x \right] \tag{8}$$

式中,k为谐波的阶数; $A_{Nk}$ 为第k 阶谐波载荷作用下的N次气动载荷分布系数; $S_i$  为第k 阶谐波载荷作用下第i 阶 模态剪力; $q_k$  为第k 阶谐波载荷作用下第i 阶振动谐波。

将式(6)代入式(8)的桨根剪力方程可得:

$$\mathbf{S}_{ik} = A_{MPik} A_{Nk} \sum_{N=0}^{\infty} \left( \frac{\int \boldsymbol{\phi}_i \, \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x \cdot \int \boldsymbol{\phi}_i x^N \, \mathrm{d}x}{\int \boldsymbol{\phi}_i^2 \, \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x} \right)$$
(9)

$$A_{MPik} = \frac{(\frac{\omega}{k\Omega})^4}{\left[(\frac{\omega}{k\Omega})^2 - 1\right]^2 + (\frac{2\zeta\omega}{k\Omega})^2}$$
(10)

式中, $\zeta$ 为模态阻尼系数; $\omega/\Omega$ 为频率比。

定义模态修型参数

$$\mathbf{M}_{SPiN} = \frac{\int \boldsymbol{\phi}_i \, \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x \cdot \int \boldsymbol{\phi}_i x^N \, \mathrm{d}x}{\int \boldsymbol{\phi}_i^2 \, \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x}$$
(11)

则叠加所有挥舞方向模态力可得

$$\boldsymbol{S}_{k} = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{N=0}^{\infty} \left( \frac{\int \boldsymbol{\phi}_{i} \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x \cdot \int \boldsymbol{\phi}_{i} x^{N} \mathrm{d}x}{\int \boldsymbol{\phi}_{i}^{2} \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x} A_{MPik} A_{Nk} \right) (12)$$

上述方程表明,模态修型参数  $M_{SP}$  对每一个 模态振型及谐波载荷都存在。由于Msp是模态振 型的函数,故通过剪裁模态振型来减小 Msp 的值 是可能的。例如,如果模态振型相对于气动力分 布是正交的,那么 $M_{SP}$ 的值为零。当限制动力放 大系数  $D_{AFik}$  的范围时, $S_{ik}$  的值随着  $M_{SPik}$  值的减 小而减小。 $D_{AFik}$  的值可以通过固有频率的分布 约束来控制。为避免优化算例中多阶模态修型减 振时出现无效减振现象,计算模型中模态修型参 数及气动载荷分布系数均取正值。

## 优化及优化流程

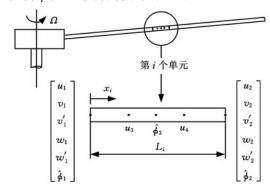
#### 优化及定义 2.1

以桨毂振动载荷最小为目标,以桨叶剖面刚 度及线密度为设计变量,以质量、自转惯量和桨叶 的多阶频率等为约束条件,优化后的数学模型为

$$\begin{aligned} & \text{min } (\boldsymbol{S}_{k}(V)) \\ & V = (V_{1}, V_{2}, \cdots, V_{N_{V}}) \\ & \text{s. t. } g_{l}^{L} \leqslant g_{l}(V) \leqslant g_{l}^{U} \qquad l = 1, 2, \cdots, N_{s} \\ & V_{l}^{L} \leqslant V \leqslant V_{i}^{U} \qquad j = 1, 2, \cdots, N_{V} \end{aligned}$$

式中,V 为设计变量; $N_V$  为设计变量的个数; $S_k(V)$  为目 标函数桨叶根部总剪力; $g_l(V)$  为第 l 个约束函数; $g_l^L,g_l^U$ 分别为约束函数的变化下限和变化上限;N。为约束函数 的个数;VU、VL分别为设计变量 V 的变化上限和变化 下限。

旋翼桨叶共离散成 9 个单元,每个单元由 2 个端部节点和3个内部节点组成。每一梁单元有 15 个自由度,端部节点有 6 个自由度 u,v,v',w、 w' 和  $\hat{a}$  ,内部节点有 2 个轴向弹性变形 u 和一个弹 性扭转 â 共 3 个自由度,如图 1 所示。



旋翼桨叶梁结构有限元模型

在旋翼分析模型中,以桨叶质量及剖面刚度 为设计变量。

针对减振要求,约束主要有自转惯量、前 4 阶 挥舞频率、模态修型参数及设计变量等,即  $A_I \ge$   $A_{I0}$ ;  $\bar{\omega}_{\betaiL} \le \bar{\omega}_{\betai} \le \bar{\omega}_{\betaiU}$ ;  $M_{SPiNL} \le M_{SPiN} \le M_{SPiNU}$ ;  $M_{IL} \le M_I \le M_{IU}$ ,  $K_{IL} \le K_I \le K_{IU}$ ; 其中  $A_I =$   $\sum_{I=1}^{n} M_I r_I^2$ ,  $r_I$  为第 I 单位到旋转中心的长度; $A_{I0}$  是保证直升机能安全着陆的桨叶自转惯量; $\bar{\omega}_{\betai}$  为桨叶第 i 阶挥舞频率比; $M_{SPiN}$  为拟合指数为N 的第 i 阶模态修型参数; $M_I$  为设计变量第 I 单元的线性质量; $K_I$  为设计变量第 I 单元的线性质量; $K_I$  为设计变量第 I 单元的利面刚度,包括挥舞、摆振及扭转方向的刚度;下标 I 和 I 分别表示约束及设计变量变化的上限和下限。

目标函数是桨毂振动载荷最小,即求 $\min(S_k(V))$ 。 其中, $S_k(V)$  的表达式即为式(12),为设计变量V的函数。

### 2.2 优化算法及优化流程

本文使用非支配式遗传算法(NSGA-II)<sup>[5]</sup> 进行旋翼桨叶减振优化,此算法有良好的交互平台,可以用于非连续性空间和并行计算的交互式算法中。

首先利用原始参数计算出模态频率及振型, 代入模态修型减振模型进行桨根剪力计算,然后 循环到原始气弹模型进行剖面刚度及质量的修 改,判断剪力变化情况,在各约束条件都满足的情 况下,搜索到了最小振动载荷即停止计算,优化收 敛到最优。优化流程如图 2 所示。

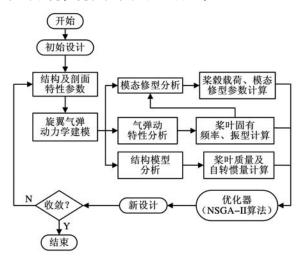


图 2 优化流程图

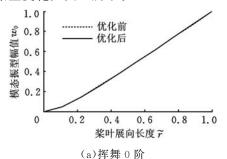
## 3 优化算例及结果

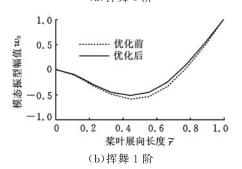
本文使用 Princeton 梁模拟桨叶进行模态修型减振<sup>[6-8]</sup>。外形尺寸为 3.175mm×12.7mm×508mm,有限元模型如图 1 所示,旋翼系统由 4 片桨叶组成,优化前后各阶频率变化如表 1 所示。

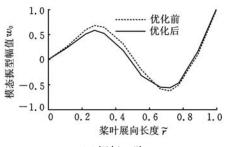
表 1 优化前后旋翼桨叶前 4 阶挥舞方向频率变化(频率比)

	挥舞 0 阶	挥舞1阶	挥舞2阶	挥舞3阶
优化前 固有频率比 ω <sub>1</sub>	1.0753	2.9208	5.8294	9.9507
优化后 固有频率比 ω <sub>2</sub>	1.0827	2.7595	5.9156	9.9781
优化前后变化率 (ῶ <sub>2</sub> - ῶ <sub>1</sub> )/ῶ <sub>1</sub> (%)	0.69	5. 52	1.48	0.28

由表1可见,优化后的固有频率比更偏离于3、4、5,避免了桨叶挥舞方向发生共振。优化前后各阶振型变化如图3所示。







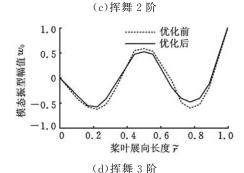


图 3 优化前后振型变化图

由图 3 优化前后振型变化图可知,优化后各阶振型的幅值都有所减小。优化前后桨毂振动载荷变化柱状图见图 4~图 7。

由优化振动载荷柱状图可以看出:桨叶振动 载荷主要由弹性桨叶挥舞1阶模态、挥舞2阶模

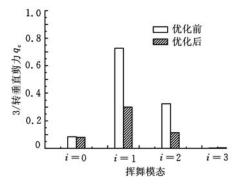


图 4 3/转的各阶模态桨根垂直剪力

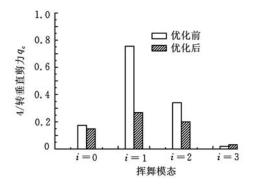


图 5 4/转的各阶模态桨根垂直剪力

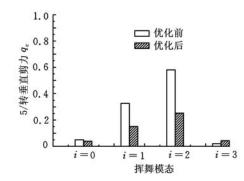


图 6 5/转的各阶模态桨根垂直剪力

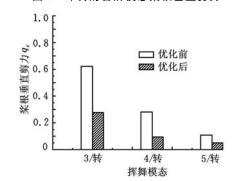


图 7 3/转、4/转、5/转桨根垂直剪力及总剪力

态从桨叶传到机身,在1阶模态附近,频率比接近3,与3/转谐波载荷接近,所以此处振动载荷最大,此结论由式(10)也能得到。优化结果使1阶频率比尽量偏离了3,所以减振效果明显。设计变量的变化曲线如图8~图11所示。

以剖面刚度为设计变量,桨叶各段线密度变化见图 8,剖面刚度变化见图 9~图 11。在自转惯量、质量及频率分布等约束条件满足的情况下,

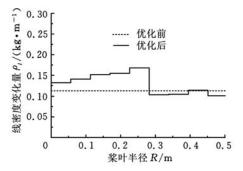


图 8 旋翼桨叶线密度变化

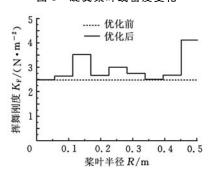


图 9 旋翼桨叶展向挥舞刚度变化

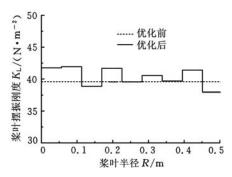


图 10 旋翼桨叶展向摆振刚度变化

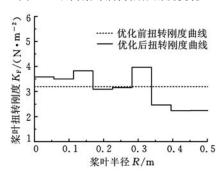


图 11 旋翼桨叶展向扭转刚度变化

3/转的桨根剪力减小了 55.4%,4/转的桨根剪力减小了 66.5%,5/转的桨根剪力减小了 53.4%,优化效果明显。

### 4 结论

①模态修型减振方法可以结合有限元气弹分析模型进行一体化优化研究,经验证此方法可行。 ②模态修型在经过模态修型参数及载荷系数处理 后,可以进行单次谐波载荷下的多阶模态优化。 ③结合实际模型,验证实际旋翼桨叶减振效果有

# 基于液压变压器的挖掘机动臂势能再生系统

张树忠 邓 斌 柯 坚 西南交通大学,成都,610031

摘要:为了解决挖掘机工作装置下降时大量势能转化为热能的问题,提出一种以液压蓄能器为储能元件,通过液压变压器回收和再利用动臂势能的节能系统。分析了其结构原理,并以7t的挖掘机为研究对象,建立了工作装置机械结构和液压系统模型;在典型挖掘循环中对动臂液压缸速度、蓄能器液压变压器转速和排量等参数进行了数值仿真,并计算出动臂势能、回收能量、再利用能量和再生的流量等;对系统运行过程和能耗进行分析与对比,结果表明该系统运行状况良好,可显著提升节能效果,是挖掘机节能减排的有效途径。

关键词:液压挖掘机;液压变压器;蓄能器;势能再生

中图分类号: TH137.3 文

文章编号:1004-132X(2010)10-1161-06

## Research on Energy Regeneration System of Hydraulic Excavator's Boom Based on Hydraulic Transformer

Zhang Shuzhong Deng Bin Ke Jian

Southwest Jiaotong University, Chengdu, 610031

Abstract: In order to improve the efficiency of hydraulic excavator's boom, an energy saving system for hydraulic boom was brought forward, which can accomplish potential energy recovery and reutilization by hydraulic transformer, adopting an accumulator as energy storing device. Firstly, the composition and working principles of the system were discussed. Then models of working set and hydraulic system were established. Simulation under typical working cycle presents, the amount of boom potential energy, recovered energy, reutilized energy and regenerated flow volume. Furthermore, the energy consumption of boom was analyzed and compared with the original hydraulic system. After analysis, it shows that the system runs steadily and comfortably, saves energy remarkably by potential energy reutilization and flow regeneration, has good potential for improving energy utilization of hydraulic excavator.

Key words: hydraulic excavator; hydraulic transformer; accumulator; potential energy regeneration

0 引言

液压挖掘机工作装置质量大、惯性大,为防止

动臂液压缸有杆腔因动臂下降过快而产生吸空, 一般通过主阀节流来调速,但工作装置大量的势 能绝大部分在主阀节流口转化为热能,造成了能

**收稿日期:**2009-08-03

待继续探索,本文方法具有一定的工程应用价值。

## 参考文献:

- [1] Taylor R B. Helicopter Vibration Reduction by Blade Modal Shaping [C]//Proc. 38th Annual Forum of AHS. Anaheim, 1982; 90-101.
- [2] Pritchard J I, Adelman H M. Optimal Placement of Tuning Masses for Vibration Reduction in Helicopter Rotor Blades, NASA-TM-100562[R]. Hampton:Langley Research Center Hampton, 1988.
- [3] 胡海昌.多自由度结构固有振动理论[M]. 北京:科学出版社,1987.
- [4] 傅志方,华宏星. 模态分析理论与应用[M]. 上海:上海交通大学出版社,2000.
- [5] 王红州,刘勇,张呈林. 无铰旋翼变截面盒型梁旋翼 桨叶气弹动力学多目标优化[J]. 航空动力学报, 2009,24(2);277-286.
- [6] Dowell E H, Traybar J, Hodges D H. An Experimental—theoretical Correlation Study of Non—line-

- ar Bending and Torsion Deformations of a Cantilever Beam [J]. Journal of Sound and Vibration, 1977,50(4): 533-544.
- [7] Dowell E H, Traybar J J. An Experimental Study of the Nonlinear Stiffness of a Rotor Blade Undergoing Flap, Lag, and Twist Deformations, NASA-CR-137968[R]. Ames: U. S. Army Air Mobility Research and Development Laboratory: Ames Research Center, 1975.
- [8] Hopkins A S, Robert A O. An Examination of Selected Problems in Rotor Blade Structural Mechanics and Dynamics [C]//The 59th Annual Forum of the AHS. Phoenix, 2003:126-138.

(编辑 王艳丽)